

الف) $x^2 - 4x + 8 = 0 \xrightarrow{+1} x^2 - 4x + 9 = 1 \rightarrow (x-3)^2 = 1 \rightarrow x-3 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=2 \end{cases}$
 $\downarrow$
 مربع کامل
 $x = 1 + 3 = 4$
 $x = -1 + 3 = 2$

ب) $x^2 + 8x + 7 = 0 \xrightarrow{+9} x^2 + 8x + 14 = 9 \rightarrow (x+4)^2 = 9 \rightarrow x+4 = \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-7 \end{cases}$
 $\downarrow$
 مربع کامل
 $x = 3 - 4 = -1$
 $x = -3 - 4 = -7$

الف) $x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow (x-2)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$
 حاصل ضرب = مجموع اعداد داخل پرانتز
 اعداد داخل پرانتز
 $x-2=0 \rightarrow x=2$
 $x-3=0 \rightarrow x=3$
 $4 = -2 \times -3$
 $-5 = -2 - 3$

ب) $x^2 - 5x - 14 = 0 \rightarrow (x-7)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=-2 \end{cases}$
 حاصل ضرب = مجموع اعداد داخل پرانتز
 اعداد داخل پرانتز
 $x-7=0 \rightarrow x=7$
 $x+2=0 \rightarrow x=-2$
 $-14 = -7 \times 2$
 $-5 = -7 + 2$

در روش رابا: $ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{\Delta = b^2 - 4ac} x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
 الف) $x^2 - 3x - 4 = 0 \xrightarrow{\Delta = 9 + 16} x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3+5}{2} = 4 \\ x = \frac{3-5}{2} = -1 \end{cases}$
 $a=1$
 $b=-3$
 $c=-4$
 ریشه ها حقیقی

ب) $4x^2 - 4x + \frac{1}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta = 16 - 1} x = \frac{4 \pm \sqrt{15}}{8} = \frac{4 \pm \sqrt{15}}{8} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4+\sqrt{15}}{8} \\ x = \frac{4-\sqrt{15}}{8} \end{cases}$
 $a=4$
 $b=-4$
 $c=\frac{1}{4}$
 ریشه ها حقیقی

الف) $\frac{1}{a}x^2 - \frac{3}{b}x + \frac{2}{c} = 0 \rightarrow 1 - 3 + 2 = 0 \Rightarrow x=1$
 $\frac{1}{a}x^2 - \frac{3}{b}x + \frac{2}{c} = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{1} = 2$
 طبق عبارت
 if $a+b+c=0$
 $\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{c}{a} \end{cases}$

ب) $\frac{4}{a}x^2 + \frac{1}{b}x - \frac{3}{c} = 0 \rightarrow 4 - 3 = 1 \Rightarrow x=-1$
 $\frac{4}{a}x^2 + \frac{1}{b}x - \frac{3}{c} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$
 طبق عبارت
 if $a+c=b$
 $\begin{cases} x=-1 \\ x=-\frac{c}{a} \end{cases}$

الف) $\frac{1}{a}x^2 - \frac{12}{b}x + \frac{7}{c} = 0 \rightarrow x^2 - 12x + 7 = 0 \rightarrow (x-5)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=7 \end{cases}$
 ناتمام را تقسیم شود. حاصل ضرب = حاصل جمع
 (مضرب) x
 $7 = -5 \times -7$
 $-12 = -5 - 7$

ب) $\frac{3}{a}x^2 - \frac{10}{b}x + \frac{7}{c} = 0 \rightarrow x^2 - 10x + 7 = 0 \rightarrow (x-3)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=7 \end{cases}$
 ناتمام را تقسیم شود. حاصل ضرب = حاصل جمع
 (مضرب) x
 $7 = -3 \times -7$
 $-10 = -3 - 7$

الف) $\frac{3}{a}x^2 + \frac{5}{b}x - \frac{1}{c} = 0 \quad \Delta = 25 - 12 = 13$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{-4} \quad \Delta > 0$$
 چون دلتا مثبت است معادله ۲ ریشه دارد.

ب) $\frac{2}{a}x^2 - \frac{1}{b}x + \frac{2}{c} = 0 \quad \Delta = 1 - 16 = -15$
 $\Delta < 0$ فاقد ریشه حقیقی

ج) $\frac{2}{a}x^2 - \frac{4}{b}x + \frac{2}{c} = 0 \quad \Delta = 16 - 16 = 0$
 $x = \frac{4}{4} = 1$ (یک ریشه مضاعف) معادله فقط یک ریشه دارد.

د) $\frac{2}{a}x^2 - \frac{1}{b}x + \frac{1}{c} = 0 \quad \Delta = 1 - 8 = -7$
 $\Delta < 0$ فاقد ریشه حقیقی

ص رانیه: برای ۲ جواب متمایز حقیقی: $\Delta > 0$
 برای یک ریشه مضاعف: $\Delta = 0$
 در معادله فاقد ریشه حقیقی: $\Delta < 0$
 معادله داشته باشد (۲ جواب متمایز حقیقی یا یک ریشه مضاعف): $\Delta \geq 0$

الف) $\Delta > 0 \Rightarrow 9 - 12a > 0$
 $12a < 9 \Rightarrow a < \frac{3}{4}$

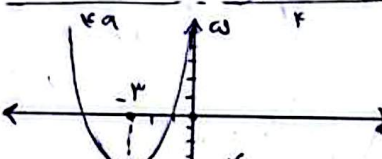
ب) $\Delta = 0 \Rightarrow 9 - 12a = 0$
 $12a = 9 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$

ج) $\Delta < 0 \Rightarrow 9 - 12a < 0$
 $12a > 9 \Rightarrow a > \frac{3}{4}$

د) $\Delta > 0 \Rightarrow 9 - 12a > 0$
 $12a < 9 \Rightarrow a < \frac{3}{4}$

ص رانیه: $\frac{a > 0}{\min} \quad \frac{a < 0}{\max}$

الف) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$
 $y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(16 - 4ac)}{4a} = \frac{-(16 - 16)}{4} = 0$

ب) 

برای رسم بهتر نمودار عرض از مبدأ را نیز مشخص می‌کنیم: $C = 5$

ص رانیه: $\frac{a > 0}{\min} \quad \frac{a < 0}{\max}$

الف) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$
 $y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(16 - 4ac)}{4a} = \frac{-(16 - 16)}{4} = 0$

ب) $-x^2 + 4x - 3 = 0$
 $x = 1$ و $x = 3$

ج) $-x^2 + 4x - 3 = 0$
 $x = 1$ و $x = 3$

د) $-x^2 + 4x - 3 = 0$
 $x = 1$ و $x = 3$

برای رسم بهتر نمودار عرض از مبدأ را نیز مشخص می‌کنیم: $C = -3$

الف) $x^2 - 3x - 2 = 0$
 $S = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{1} = 3$
 $P = \frac{c}{a} = \frac{-2}{1} = -2$

ب) $x^2 - 3x - 2 = 0$
 $S = 3$
 $P = -2$

الف) $S^2 - 4P = (3)^2 - 4 \times (-2) = 9 + 8 = 17$

ب) $S^3 - 3SP = (3)^3 - 3 \times (3) \times (-2) = 27 + 18 = 45$