

الف - ۱ $y^3 = x^2 - 1 \xrightarrow{\text{تعریف یابی}} \begin{cases} y_1^3 = x_1^2 - 1 \\ y_2^3 = x_2^2 - 1 \end{cases}$

$x_1^2 = y_1^2 + 1$

↑

$\text{if } x_1 < x_2$

$y_1^2 + 1 = y_2^2 + 1$

↓

$x_2^2 = y_2^2 + 1$

$\rightarrow y_1^2 = y_2^2 \rightarrow y_1 = y_2$ تایید

ب - ۱ $\begin{cases} y_1^3 + y_1 = x_1^2 - 1 \\ y_2^3 + y_2 = x_2^2 - 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{if } x_1 = x_2} y_1^3 + y_1 = y_2^3 + y_2 \rightarrow \underbrace{y_1^3 - y_2^3}_{\text{فیل و فیلان}} + (y_1 - y_2) = 0$

$(y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) + (y_1 - y_2) = 0 \rightarrow (y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2 + 1) = 0$

$\downarrow$
 $y_1 = y_2$ تایید

$\downarrow$
 $y_1 = \frac{-y_2 \pm \sqrt{y_2^2 - 4(y_2^2 + 1)}}{2}$

الف - ۲ رسم شکل



خفاقتی صید با آن را قطع نمی کند پس تایید $y = x^2 - 1$

ج - ۲ $y^3 + x^3 = x - 1 \xrightarrow{\text{تعریف یابی}} \begin{cases} y_1^3 + x_1^3 = x_1 - 1 \\ y_2^3 + x_2^3 = x_2 - 1 \end{cases}$

$\text{if } x_1 = x_2 \rightarrow y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1 = y_2$ تایید

$\sqrt[3]{x_1} = 2 - \sqrt[3]{y_1}$

د - ۲ $\sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{x} = 2 \xrightarrow{\text{تعریف یابی}} \begin{cases} \sqrt[3]{y_1} + \sqrt[3]{x_1} = 2 \\ \sqrt[3]{y_2} + \sqrt[3]{x_2} = 2 \end{cases}$

$\text{if } x_1 = x_2 \rightarrow 2 - \sqrt[3]{y_1} = 2 - \sqrt[3]{y_2} \rightarrow$

$\sqrt[3]{y_1} = \sqrt[3]{y_2} \rightarrow y_1 = y_2$ تایید

$\sqrt[3]{x_2} = 2 - \sqrt[3]{y_2}$

9 - الف) $y = \frac{n^3 - 3n + 2}{n - 3} = \frac{(n-1)(n^2 + n - 2)}{n - 3} = \frac{(n-1)(n+2)(n-1)}{n-3}$

مجموعه ایزب صفرات یس بر ۱-۲ نغیس ندرات!

Sign chart: $\begin{array}{c|ccc} & -2 & 1 & 3 \\ \hline & + & - & - \\ \hline \end{array}$

10 - ب) $y = \frac{n^2 + 3n + 4}{n^2 + 2n + 3} \rightarrow \Delta = (3)^2 - 4(4) = 9 - 16 < 0$
 $a = 1 > 0 \rightarrow$ همواره مثبت

$\Delta = (2)^2 - 4(3) = 4 - 12 < 0$
 $a = 1 > 0 \rightarrow$ همواره مثبت

عبارت همواره مثبت است!

10 - الف) $y = \frac{n^4 - n^2}{n^2 + n + 2} = \frac{n^2(n^2 - 1)}{n^2 + n + 2} = \frac{n^2(n-1)(n+1)}{n^2 + n + 2}$

صفر منفی

Sign chart: $\begin{array}{c|ccc} & -1 & 0 & 1 \\ \hline & + & - & - \\ \hline \end{array}$

∞ رسیه ندارد!