ماندانا اسماعیل [illegible]

تکلیف شماره ۱۳

۱) جمله ۲۵ ام برابر ۲۰۸ است ← ۲۰۸ جمله چندم $\overset{?}{=}$

$a_1 = ۴۰$ $\quad a_4 = ۶۱$

$$\begin{cases} a_1 = ۴۰ \\ a_1 + ۳d = ۶۱ \end{cases} \Rightarrow ۳d = ۲۱ \Rightarrow \boxed{d = ۷}$$

$a_n = ۴۰ + (n-1)۷$

$۴۰ + (n-1)۷ = ۲۰۸ \Rightarrow (n-1) = \frac{۱۶۸}{۷}$

$n - 1 = ۲۴ \Rightarrow \boxed{n = ۲۵}$

---

۲)

$۱۰۰ \leq ۷n + ۳ < ۱۰۰۰ \Rightarrow \frac{۹۷}{۷} \leq \frac{۷n}{۷} \leq \frac{۹۹۷}{۷} \Rightarrow \frac{۹۹۷ - ۹۷}{۷} + ۱ = ۱۲۹.۵۷$

$n \leq ۱۲۹$

۱۲۹ عدد سه رقمی وجود دارد

---

۳)

$a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} = -۶n + ۱۲$

$n = ۶ \Rightarrow a_7 + a_8 + a_9 = -۲۴ \Rightarrow ۳(a_1 + ۷d) = -۲۴ \Rightarrow \boxed{a_8 = -۸}$

$a_{17} + a_8 = ?$ $\quad n = ۱۵ \Rightarrow a_{16} + a_{17} + a_{18} = -۷۸ \Rightarrow ۳(a_1 + ۱۶d) = -۷۸ \Rightarrow \boxed{a_{17} = -۲۶}$

$a_{17} + a_8 = -۲۶ - ۸ = \boxed{-۳۴}$

---

۴)

در نتیجه $= ۲^{۲} - ۱ + ۲^{۲+۱} + ۲^{۲\times۲} - ۳ = ۴ - ۱ + ۸ + ۱۶ - ۳ = \boxed{۲۴}$

$$\begin{cases} a_3 = ۲^{n} - ۱ \\ a_8 = ۲^{n+1} \\ a_{13} = ۲^{۲n} - ۳ \end{cases}$$

$a_{13} + a_3 = a_8 + a_8$

$۲^{۲n} - ۳ + ۲^{n} - ۱ = ۲^{n+1} + ۲^{n+1} \Rightarrow ۲^{n}(۲^{n} + ۱) = ۲^{n+1} \times ۲$

$۲^{n}\cancel{(۲^{n} + ۱)} = ۴\cancel{(۲^{n} + ۱)} = ۲^{n} = ۴ \Rightarrow \boxed{n = ۲}$

---

۵)

$$\begin{cases} a_{12} - \cancel{a_{10}} = ۵ \\ \cancel{a_{10}} + a_{12} = ۲۵ \end{cases}$$

$a_{21} = ?$ $\quad a_1 + ۲۰d \Rightarrow -\frac{۲۵}{۲} + \frac{۱۰۰}{۲} = \boxed{\frac{۷۵}{۲}}$

$\boxed{a_{12} = ۱۵}$ و $\boxed{a_{10} = ۱۰} \Rightarrow -\begin{cases} a_1 + ۱۱d = ۱۵ \\ a_1 + ۹d = ۱۰ \end{cases} \longrightarrow a_1 = -\frac{۲۵}{۲}$

$۲d = ۵ \Rightarrow \boxed{d = \frac{۵}{۲}}$

۶)

$a_۱ + a_۲ + a_۳ + a_۴ + a_۵ = \frac{۱}{۳}(a_۶ + a_۷ + a_۸ + a_۹ + a_{۱۰})$ $\quad \frac{a_۲}{a_۱} = ? \to$ ۳ برابر

$$۵a_۱ + ۱۰d = \frac{۱}{۳}(۵a_۱ + ۳۵d)$$

$$۵a_۱ + ۱۰d = \frac{۵}{۳}a_۱ + \frac{۳۵}{۳}d \Rightarrow \frac{۱۵a_۱}{۳} + \frac{۳۰d}{۳} = \frac{۵a_۱}{۳} + \frac{۳۵d}{۳}$$

$$\frac{۱۰}{۳}a_۱ = \frac{۵}{۳}d \Rightarrow ۵d = ۱۰a_۱ \Rightarrow \boxed{d = ۲a_۱} \Rightarrow \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{a_۱ + ۲a_۱}{a_۱} = \frac{۳a_۱}{a_۱} = ③$$

---

۷)

$t_n = t_{n-۳} + ۱۵ \quad , \frac{t_۹^۲ - t_۵^۲}{t_۷} = ?$

$t_۹ = t_۶ + ۱۵ \rightsquigarrow a_۱ + ۸d = a_۱ + ۵d + ۱۵ \Rightarrow \boxed{d = ۵}$

$t_۵ = t_۲ + ۱۵$

$t_۷ = t_۴ + ۱۵$

اینجا از طریق بازکردن اتحاد محاسبه کردم.

$$\frac{(a_۱ + ۴۰)^۲ - (a_۱ + ۲۰)^۲}{(a_۱ + ۳۰)} = \frac{۴۰a_۱ + ۱۲۰۰}{a_۱ + ۳۰} =$$

$$\frac{\cancel{a_۱^۲} + ۱۶۰۰ + ۸۰a_۱ - \cancel{a_۱^۲} - ۴۰۰ - ۴۰a_۱}{a_۱ + ۳۰} = \frac{۱۲۰۰ + ۸۰a_۱}{a_۱ + ۳۰} = \frac{۴۰\cancel{(a_۱ + ۳۰)}}{\cancel{a_۱ + ۳۰}} = ۴۰$$ برابر

---

۸)

$$d = \frac{۲ + \sqrt{۳} - ۲ + ۱۲\sqrt{۳}}{۱۲ + ۱} \Rightarrow d = \frac{۱۳\sqrt{۳}}{۱۳} \Rightarrow \boxed{d = \sqrt{۳}}$$

از فرمول $d = \frac{a_n - a_۱}{n + ۱}$

تعداد واسطه ← n

---

۹)

$$\frac{۳۲ - ۲}{۴n - ۳ + ۱} = d = \frac{۳۰}{۴n - ۲} = \frac{\cancel{۳۰}^{۱۵}}{\cancel{۲}(۲n - ۱)} = \frac{۱۵}{۲n - ۱} = d \;,\; ۱۱ = ۲ + n\left(\frac{۱۵}{۲n - ۱}\right)$$

$$۲ + n\frac{۱۵}{۲n - ۱} = ۱۱ \Rightarrow \frac{۱۵n}{۲n - ۱} = ۹ \Rightarrow ۳n = ۹ \Rightarrow \boxed{n = ۳}$$

واسطهٔ سوم

---

۱۰)

$$a_n + a_{n+۴} = a_۳ + a_{۱۷} \Rightarrow n + n + ۴ = ۲۰ \Rightarrow \boxed{n = ۸}$$

$$a_n = ۳a_{\frac{n}{۲}} \Longrightarrow a_۸ = ۳a_۴ \qquad a_۱ + ۷d = ۳a_۱ + ۹d \Rightarrow \boxed{a_۱ = -d}$$

$$a_n = a_۱ + (n - ۱)d = ۰ \longrightarrow -d + nd - d = -۲d + nd = ۰ \Rightarrow$$

$$d(-۲ + n) = ۰ \Longrightarrow \boxed{n = ۲}$$