پاسخنامه تکلیف شماره ۱۳ : حسابان دهم A

۲۰

۱) $a_۱ = ۴۰ \quad a_۴ = ۹۱ \rightarrow a_۴ = a_۱ + ۳d$

$۹۱ = ۴۰ + ۳d \Rightarrow ۳d = ۲۱ \Rightarrow \boxed{d = ۷} \rightarrow a_n = ۷n + ۳۳ = ۲۰۸$

$۷n = ۱۷۵ \rightarrow n = \boxed{۲۵}$

② ✓

۲) $۱۰۱ , ۱۰۸ , ۱۱۵ , \ldots , ۹۹۷ \xrightarrow{\text{جمله عمومی}} ۷n + ۹۴ < ۱۰۰۰ \rightarrow ۷n < ۹۰۶$

$n < ۱۲۹$

$۷(۱۲۹) + ۹۴ = ۹۹۷ \rightarrow \frac{۹۹۷ - ۱۰۱}{۷} + ۱ = \boxed{۱۲۹}$

② ✓

۳) $a_{n+۱} + a_{n+۲} + a_{n+۳} = -۶n + ۱۲ \rightarrow a_۱ + nd + a_۱ + (n+۱)d + a_۱ + (n+۲)d$

$۳a_۱ + ۳nd + ۲d = -۶n + ۱۲ \rightarrow ۳nd = -۶n \rightarrow d = -۲ \Rightarrow a_۱ = ۶$

② ✓

$a_{۱۷} + a_۸ = a_۱ + ۱۶d + a_۱ + ۷d = ۲a_۱ + ۲۳d \Rightarrow ۲(۶) + ۲۳(-۲) = \boxed{-۳۴}$

۱۴) $a_{۱۳} - a_۸ = a_۸ - a_۳ \qquad ۲a_۸ = a_{۱۳} + a_۳ \qquad ۲(۲^{n+۱}) = (۲^{۲n} - ۳) + (۲^n - ۱)$

$۲^{n+۲} = ۲^{۲n} - ۳ + ۲^n - ۱ \xrightarrow{۲^n = t} ۴t = \underbrace{t_x ۲ - ۳ + t - ۱}_{۳t - ۴} \Rightarrow t = ۴ \rightarrow ۲^n = ۴ \rightarrow \boxed{n = ۲}$

$a_۳ = ۲^۲ - ۱ = ۳ \qquad a_۸ = ۲^{۲+۱} = ۸ \qquad a_{۱۳} = ۲^۴ - ۳ = ۱۳ \qquad ۳ + ۸ + ۱۳ = \boxed{۲۴}$

② ✓

۱۵) $t_{۱۲} - t_{۱۰} = ۵$

$t_{۱۲} + t_{۱۰} = ۲۵$

$۲t_{۱۲} = ۳۰ \rightarrow t_{۱۲} = ۱۵ , t_{۱۰} = ۱۰ \rightarrow d = \frac{۱۵ - ۱۰}{۱۲ - ۱۰} = ۲٫۵$

$a_{۲۱} = a_{۱۲} + ۹d = ۱۵ + \frac{۴۵}{۲} = ۳۷٫۵$

② ✓

۱۶) مجموع پنج جمله اول $= S_۵ = \frac{۵}{۲}\left(a_۱ + \overbrace{(a_۱ + ۴d)}^{a_۵}\right) = \frac{۵}{۲}(۲a_۱ + ۴d)$

مجموع پنج جمله بعدی $\Rightarrow a_۶ + a_۷ + a_۸ + a_۹ + a_{۱۰} \Rightarrow a_۱ + d + a_۱ + ۶d + a_۱ + ۷d + a_۱ + ۸d + a_۱ + ۹d = ۵a_۱ + ۳۵d$

$\frac{۵}{۲}(۲a_۱ + ۴d) = \frac{۱}{۳}(۵a_۱ + ۳۵d) \rightarrow ۱۵(۲a_۱ + ۴d) = ۲(۵a_۱ + ۳۵d)$

$۳۰a_۱ + ۶۰d = ۱۰a_۱ + ۷۰d \rightarrow d = ۲a_۱ \rightarrow a_۱ , ۳a_۱ , ۵a_۱ , ۷a_۱ , ...$

اگر $a=۱$ ، ۳ ، ۵ ، ۷ ، --- نسبت جمله دوم به اول $= \frac{۳}{۱} = \boxed{۳}$ (۲) ✓

۱۷) $a_n = a_{n-۳} + ۱۵ \rightarrow a_۱ + ((n-۳)-۱)d + ۱۵ = a + (n-۴) + ۱۵ \rightarrow d = ۵$

$a_۹ = a_۱ + ۸d \rightarrow a_۱ + ۸(۵) = a_۱ + ۴۰$ $\quad a_۵ = a_۱ + ۴d \rightarrow a_۱ + ۴(۵) = a_۱ + ۲۰$

$a_۷ = a_۱ + ۶d \rightarrow a + ۶(۵) = a_۱ + ۳۰$ $\quad a_۹^۲ - a_۵^۲ = (a_۹ + a_۵)(a_۹ - a_۵)$

$\left(\underbrace{(a+۴۰) + (a+۲۰)}_{۲a+۶۰}\right) \times \left(\underbrace{(a+۴۰) - (a+۲۰)}\right) = (۲a+۶۰)(۲۰) = ۴۰a + ۱۲۰۰$

$\frac{۴۰a + ۱۲۰۰}{a + ۳۰} = \boxed{۴۰}$ برابر (۲) ✓

۱۸) $d = \frac{۲ + \sqrt{۳} - ۲(۱ - ۶\sqrt{۳})}{۱۳} = \frac{۲ + \sqrt{۳} - ۲ + ۱۲\sqrt{۳}}{۱۳} = \frac{۱۳\sqrt{۳}}{۱۳} = \sqrt{۳}$

✓ (۲)

۱۹) $a_۱ = ۲ , a_n = ۳۲ \rightarrow n - ۲ = ۴n - ۳ \rightarrow n = ۴n - ۱$

$۱۱ = ۲ + nd \rightarrow nd = ۹ \rightarrow d = \frac{۹}{n} \rightarrow a_{۴n-۱} = a_۱ + ((۴n-۱)-۱)d$

$۳۲ = ۲ + (۴n-۲)d$

$۳۰ = (۴n-۲)d \rightarrow ۱۵ = (۲n-۱)d$

$۱۵ = (۲n-۱) \times \frac{۹}{n}$

$۱۵n = ۹(۲n-۱) \rightarrow ۱۵n = ۱۸n - ۹ \rightarrow n = ۳$ ④ ✓

$a_n + a_{n+۴} = \underbrace{a_۳ + a_{۱۷}}$ ۱۵)

$(a_۱ + ۲d + a_۱ + ۱۶d) = ۲a_۱ + ۱۸d \rightarrow ۲n + ۲ = ۱۸ \rightarrow n = ۸$

$a_n = ۳a_{\frac{n}{۲}} \rightarrow ۳a_۴ = a_۸$ ④ ✓

$a_۱ + ۷d = ۳a_۱ + ۹d \rightarrow a_۱ = -d \rightarrow a_m = (a_۱ + (n-۱)d) \Rightarrow -d + (m-۱)d =$

$\Rightarrow d(m-۲) = ۰$

اگر d صفر باشد، دنباله ثابت می‌شود پس قطعاً $m-۲$ برابر صفر است. $\Leftarrow$ $m-۲ = ۰ \Rightarrow \boxed{m = ۲}$

$\Rightarrow \boxed{a_۲ = ۰}$