دهم دختر A

عارفه سعادت نیا

۲۰

۱)

$d = \frac{61-40}{4-1} = \frac{21}{3}$

$a_n = a_1 + (n-1)\frac{21}{3} = 208$

$40 + (n-1)\frac{21}{3} = 208$

$(n-1)\frac{21}{3} = 168 \to n-1 = 168 \times \frac{3}{21}$

$n-1 = 24$

$n = 25$

۲

---

۲)

$7k+3 \geq 100 \to 7k \geq 97 \to k \geq 14$ $\quad$ $7k+3 \leq 999 \to 7k \leq 996$ $\quad k \leq 142$

$142 - 14 + 1 = 129$

۲

---

۳)

$a_n = an+b \to a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} = (a(n+1)+b) + (a(n+2)+b) + (a(n+3)+b) = 3an+3b+6a$

$3an+3b+6a = -6n+12 \to 3a=-6 \to a=-2$ $\quad$ $3b+6a=12 \to 3b=24 \to b=8$

$a_n = -2n+8$ $\quad$ $a_{17} = -2(17)+8 = -26$ $\quad$ $a_8 = -2(8)+8 = -8$

$a_{17} + a_8 = -26 - 8 = -34$

۲

---

۴)

$a_8 - a_4 = a_{13} - a_8$

$2^{x+1} - (2^x - 1) = (2^{2x} - 3) - 2^{x+1} \to 2^x + 1 = 2^{2x} - 2^{x+1} - 3 \to 2^{2x} - 3(2^x) - 4 = 0$

معادله درجه دو

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2}$ $\to 4 ✓ \to 2^x = 4 \to x = 2$; $\to -1 ✗$

$a_4 = 2^2 - 1 = 3$ $\quad$ $a_8 = 2^{2+1} = 8$ $\quad$ $a_{13} = 2^{2\times2} - 3 = 13$ $\quad$ $3+8+13 = 24$

۲

---

۵)

$a_{12} - a_{10} = 2d = 5 \to d = 2.5$

$\begin{cases} a_{12} - a_{10} = 5 \\ a_{10} + a_{12} = 25 \end{cases}$

$2a_{12} = 30$

$a_{12} = 15$

$a_{12} = a_1 + 2.5(11) = 15$

$a_1 = \frac{-25}{2} = -12.5$

$a_{21} = a_1 + 20d = -12.5 + 20(\frac{5}{2}) = 37.5$

۲

---

۶)

$S_1 = \frac{5}{2}(2a_1 + 4d) = 5a_1 + 10d$ $\quad$ $S_2 = \left(\frac{10}{2}(2a_1 + 9d) - \frac{5}{2}(2a_1 + 4d)\right) = 5a_1 + 35d$

$3(5a_1 + 10d) = 5a_1 + 35d \to 15a_1 - 5a_1 + 30d - 35d = 0$ $\quad$ $2a_1 = d$

$a_2 = a_1 + d = a_1 + 2a_1 = 3a_1$ $\quad$ $\frac{a_2}{a_1} = \frac{3a_1}{a_1} = 3$

۲

۷)

$t_9^2 - t_5^2 = (t_9 - t_5)(t_9 + t_5) \qquad t_9 + t_5 = t_7 + t_7 \qquad d = ۵$

$t_9^2 - t_5^2 = ۲۰\,(۲t_7) = ۴۰\,t_7$

(۲) ✓

---

۸)

$\dfrac{۲ + \sqrt{۳} - ۲(۱ - ۶\sqrt{۳})}{۱۲ + ۱} = d = \dfrac{۲ + \sqrt{۳} - ۲ + ۱۲\sqrt{۳}}{۱۳} = \dfrac{۱۳\sqrt{۳}}{۱۳} = \sqrt{۳} = d$

(۲) ✓

---

۹)

$\dfrac{۳۲ - ۲}{۴n - ۳ + ۱} = \dfrac{۳۰}{۴n - ۲} = \dfrac{۱۵}{۲n - ۱}$

$a_{n+1} = a_1 + n(d) = ۲ + n \times \dfrac{۱۵}{۲n - ۱} = ۱۱$

$۱۱ = ۲ + \dfrac{۱۵n}{۲n - ۱} \rightarrow ۹ = \dfrac{۱۵n}{۲n - ۱} \rightarrow ۹(۲n - ۱) = ۱۵n$

$۱۸n - ۹ = ۱۵n \longrightarrow ۳n = ۹ \rightarrow n = ۳$

(۲) ✓

---

۱۰)

$a_n + a_{n+۴} = a_{۱۷} + a_۳$

$n + n + ۴ = ۱۷ + ۳$

$۲n + ۴ = ۲۰$

$۲n = ۱۶$

$n = ۸$

$a_۸ = ۳a_۴$

$a_1 + ۷d = ۳(a_1 + ۳d)$

$۷d - ۹d = ۳a_1 - a_1$

$-۲d = ۲a_1 \rightarrow a_1 = -d$

$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow -d + (n-1)d = ۰ \rightarrow (n-1)d = d$

$(n-1) = \dfrac{d}{d} = ۱$

$(n-1) = ۱$

$n = ۲$

(۲) ✓