دهم ریاضی ۸

عارفه سعادت نیا

۱)

$d = \frac{۴۱-۲۰}{۴-۱} = \frac{۲۱}{۳}$

$a_n = a_۱ + (n-۱)\frac{۲۱}{۳} = ۲۰۸$

$۴۰ + (n-۱)\frac{۲۱}{۳} = ۲۰۸$

$(n-۱)\frac{۲۱}{۳} = ۱۶۸ \rightarrow n-۱ = ۱۶۸ \times \frac{۳}{۲۱}$

$n-۱ = ۲۴$

$n = ۲۵$

---

۲)

$۷k+۳ \geq ۱۰۰ \rightarrow ۷k \geq ۹۷ \rightarrow k \geq ۱۴$ $\quad$ $۷k+۳ \leq ۹۹۹ \rightarrow ۷k \leq ۹۹۶ \quad k \leq ۱۴۲$

$۱۴۲ - ۱۴ + ۱ = ۱۲۹$

---

۳)

$a_n = an+b \rightarrow a_{n+۱} + a_{n+۲} + a_{n+۳} = (a(n+۱)+b) + (a(n+۲)+b) + (a(n+۳)+b) = ۳an+۳b+۶a$

$۳an+۳b+۶a = -۶n+۱۲ \rightarrow ۳a = -۶ \rightarrow a = -۲ \quad ۳b+۶a = ۱۲ \rightarrow ۳b = ۲۴ \rightarrow b = ۸$

$a_n = -۲n+۸ \quad a_{۱۷} = -۲(۱۷)+۸ = -۲۶ \quad a_۸ = -۲(۸)+۸ = -۸$

$a_{۱۷} + a_۸ = -۲۶ - ۸ = -۳۴$

---

۴)

$a_۸ - a_۴ = a_{۱۳} - a_۸$

$۲^{x+۱} - (۲^x - ۱) = (۲^{۲x} - ۳) - ۲^{x+۱} \rightarrow ۲^x + ۱ = ۲^{۲x} - ۲^{x+۱} - ۳ \rightarrow ۲^{۲x} - ۳(۲^x) - ۴ = ۰$ معادله درجه ۲

$x = \frac{۳ \pm \sqrt{۹+۱۶}}{۲} = \frac{۳ \pm ۵}{۲}$ → $۴ ✓ \rightarrow ۲^x = ۴ \rightarrow x = ۲$; $-۱ ✗$

$a_۴ = ۲^۲ - ۱ = ۳ \quad a_۸ = ۲^{۲+۱} = ۸ \quad a_{۱۳} = ۲^{۲×۲} - ۳ = ۱۳ \quad ۳+۸+۱۳ = ۲۴$

---

۵)

$a_{۱۲} - a_{۱۰} = ۲d = ۵ \rightarrow d = ۲٫۵$

$\begin{cases} a_{۱۲} - a_{۱۰} = ۵ \\ a_{۱۰} + a_{۱۲} = ۲۵ \end{cases}$

$۲a_{۱۲} = ۳۰$

$a_{۱۲} = ۱۵$

$a_{۱۲} = a_۱ + ۲٫۵(۱۱) = ۱۵$

$a_۱ = \frac{-۲۵}{۲} = -۱۲٫۵$

$a_{۲۱} = a_۱ + ۲۰d = -۱۲٫۵ + ۲۰\left(\frac{۵}{۲}\right) = ۳۷٫۵$

---

۶)

$S_۱ = \frac{۵}{۲}(۲a_۱ + ۴d) = ۵a_۱ + ۱۰d \quad S_۲ = \left(\frac{۱۰}{۲}(۲a_۱ + ۹d) - \frac{۵}{۲}(۲a_۱ + ۴d)\right) = ۵a_۱ + ۳۵d$

$۳(۵a_۱ + ۱۰d) = ۵a_۱ + ۳۵d \rightarrow ۱۵a_۱ - ۵a_۱ + ۳۰d - ۳۵d = ۰ \quad ۲a_۱ = d$

$a_۲ = a_۱ + d = a_۱ + ۲a_۱ = ۳a_۱ \quad \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{۳a_۱}{a_۱} = ۳$

(۷)

$$t_9^2 - t_5^2 = (t_9 - t_5)(t_9 + t_5) \qquad t_9 + t_5 = t_7 + t_7 \qquad d = 5$$

$$t_9^2 - t_5^2 = 25\,(2t_7) = 50\,t_7$$

(۸)

$$\frac{2+\sqrt{3} - 2(1-4\sqrt{3})}{12+1} = d = \frac{2+\sqrt{3} - 2 + 12\sqrt{3}}{13} = \frac{13\sqrt{3}}{13} = \sqrt{3} = d$$

(۹)

$$\frac{34-2}{4n-3+1} = \frac{30}{4n-2} = \frac{15}{2n-1}$$

$$a_{n+1} = a_1 + n(d) = 2 + n \times \frac{15}{2n-1} = 11$$

$$11 = 2 + \frac{15n}{2n-1} \rightarrow 9 = \frac{15}{2n+1} \rightarrow 9(2n-1) = 15n$$

$$18n - 9 = 15n \rightarrow 3n = 9 \rightarrow n = 3$$

(۱۰)

$$a_n + a_{n+4} = a_{17} + a_{93}$$

$$n + n + 4 = 17 + 3$$

$$2n + 4 = 20$$

$$2n = 16$$

$$n = 8$$

$$a_8 = 3a_4$$

$$a_1 + 7d = 3(a_1 + 3d)$$

$$7d - 9d = 3a_1 - a_1$$

$$-2d = 2a_1 \rightarrow a_1 = -d$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow -d + (n-1)d = 0 \rightarrow (n-1)d = d$$

$$(n-1) = \frac{d}{d} = 1$$

$$(n-1) = 1$$

$$n = 2$$