۱)

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_n = ۴۰ + (n-1)۷ = ۲۰۸$

$(n-1)۷ = ۱۶۸$

$n-1 = ۲۴ \quad n = ۲۵$

$t_۱ = ۴۰ \qquad t_۴ = a_1 + ۳d = ۴۰ + ۳d = ۶۱$

$۳d = ۲۱ \quad d = ۷$

۲)

$۱۰۱, ۱۰۸, ۱۱۵, \dots, ۹۹۷$

$۱۰۱ \leqslant ۷n + ۳ \leqslant ۹۹۷$

$\frac{۹۹۷ - ۱۰۱}{۷} + ۱ = ۱۴۹$

$\underbrace{۱۴۸۷}_{۹۸} + ۳ = ۱۰۱ \qquad \underbrace{۱۴۲۷}_{۹۹۴} + ۳ = ۹۹۷$

۳)

$a_{n+۱} + a_{n+۲} + a_{n+۳} = -۹n + ۱۲$

$a_1 + nd + a_1 + (n+۱)d + a_1 + (n+۲)d = -۹n + ۱۲$

$۳a_1 + ۳nd + ۳d = -۹n + ۱۲$

$۳nd = -۹n \quad d = -۳$

$۳a_1 = ۱۸ \quad a_1 = ۹$

$a_{۱۷} + a_۸ = a_1 + ۱۶d + a_1 + ۷d = ۲a_1 + ۲۳d \qquad ۱۲ - ۴۶ = -۳۴$

۴)

$a_{۱۳} - a_۸ = a_۸ - a_۳$

$۲a_۸ = a_{۱۳} + a_۳$

$۲(۲^{x+۱}) = (۲^{۲x} - ۳) + (۲^x - ۱)$

$۲^{x+۲} = ۲^{۲x} - ۳ + ۲^x - ۱ \xrightarrow{۲^x = t} ۲t = ۲t - ۳ + t - ۱ = ۳t - ۴ \qquad t = ۴ \quad ۲^x = ۴ \quad x = ۲$

$a_۳ = ۲^۲ - ۱ = ۴ - ۱ = ۳ \qquad a_۸ = ۲^{۲+۱} = ۲^۳ = ۸ \qquad a_{۱۳} = ۲^۴ - ۳ = ۱۶ - ۳ = ۱۳$

$۳ + ۸ + ۱۳ = ۲۴$

۵)

$\begin{cases} a_{۱۲} - a_{۱۰} = ۵ \\ a_{۱۲} + a_{۱۰} = ۲۵ \end{cases}$

$۲a_{۱۲} = ۳۰ \qquad \begin{cases} a_{۱۲} = ۱۵ = a_1 + ۱۱d \\ a_{۱۰} = ۱۰ = a_1 + ۹d \end{cases}$

$۵ = ۲d$

$d = \frac{۵}{۲}$

$a_{۲۱} = a_{۱۲} + ۹d = ۱۵ + \frac{۲۵}{۲}$

$\frac{۳۰ + ۲۵}{۲} = \frac{۷۵}{۲} = ۳۷/۵$

(۶

جل $S_۵ = \frac{۵}{۲}(a_۱ + a_۵) = \frac{۵}{۲}(۲a_۱ + ۴d) = ۵(a_۱ + ۲d)$

$a_۱ + a_۱ + ۲d$

ر» $a_۱ + ۵d + a_۱ + ۶d + a_۱ + ۷d + a_۱ + ۸d + a_۱ + ۹d = ۵a_۱ + ۳۵d = ۵(a_۱ + ۷d)$

$۶(a_۱ + ۲d) = ۶(a_۱ + ۷d) \times \frac{۱}{۳}$

$a_۱ + ۲d = \frac{۱}{۳}a_۱ + \frac{۷}{۳}d \rightarrow \frac{۲}{۳}a_۱ = \frac{۷}{۳}d - \frac{۶}{۳}d = \frac{۱}{۳}d \rightarrow a_۱ = \frac{۱}{۲}d \times \frac{۳}{۲} = \frac{۱}{۲}d$

$\frac{a_۲}{a_۱} = \frac{a_۱ + d}{a_۱} = \frac{\frac{۳}{۲}d}{\frac{۱}{۲}d} \times ۲d = ۳$ برابر

(۷

$t_n = t_{n-۳} + ۱۵$

$t_۱ + (n-۱)d = t_۱ + (n-۴)d + ۱۵$

$(n-۱)d - (n-۴)d = ۱۵$

$۳d = ۱۵ \quad d = ۵$

$t_۵ = t_۱ + ۴d = t_۱ + ۲۰$

$t_۷ = t_۱ + ۶d = t_۱ + ۳۰$

$t_۹ = t_۱ + ۸d = t_۱ + ۴۰$

$\frac{(t_۹ - t_۵)(t_۹ + t_۵)}{t_۷} = \frac{۲۰ \times ۶۰}{۴۰} = \frac{۱۲۰۰}{۳۰} = ۴۰$ برابر

(۸

$d = \frac{۲ + \sqrt{۳} - ۲(۱ - ۶\sqrt{۳})}{۱۲} = \frac{۲ + \sqrt{۳} - ۲ + ۱۲\sqrt{۳}}{۱۲} = \frac{۱۳\sqrt{۳}}{۱۳} = \sqrt{۳}$

(۹

تمرین $(۴n - ۳) + ۲ = ۴n - ۱$

$d = \frac{۴۲ - ۲}{(۴n-۱) - ۱} = \frac{۴۰}{۴n - ۲} = \frac{۱۵}{۲n - ۱}$

$a_{n+۱} = a_۱ + (n + ۱ - ۱)d = ۱۱$

$۲ + nd = ۱۱$

$n \times \frac{۱۵}{۲n-۱} = ۹$

$۱۵n = ۱۸n - ۹$

$۳n = ۹ \quad n = ۳$

(۱۰

$a_n + a_{n+۲} = a_۳ + a_{۱۷}$

$a_۱ + (n-۱)d + a_۱ + (n+۲)d = a_۱ + ۲d + a_۱ + ۱۶d$

$۲a_۱ + (۲n + ۲)d = ۲a_۱ + ۱۸d$

$۲n + ۲ = ۱۸ \quad ۲n = ۱۶ \quad n = ۸$

$a_n = ۲a_۴$

$a_۱ + ۷d = ۲(a_۱ + ۳d)$

$a_۱ + ۷d = ۲a_۱ + ۶d$

$-۲d = ۲a_۱$

$a_۱ = -d$

$a_x = a_۱ + (x-۱)d = ۰$

$-d + xd - d = ۰$

$-۲d + xd = ۰$

$d(x - ۲) = ۰$

$x = ۲$