نام : سنا فاضلی   دهم جمعه دها   تکلیف : ۱۳

۱-

$\cancel{t_۱} + (n-۱)d = ۴۱$

$۲۰ + ۳d \longrightarrow d = ۷$

$\underset{۴۰}{\cancel{t_۱}} + (n-۱)d = ۲۰۸ \rightarrow (n-۱)d = ۲۰۸-۴۰ = ۱۶۸ \rightarrow (n-۱)۷ = ۱۶۸ \rightarrow n-۱ = ۲۴ \rightarrow \boxed{n = ۲۵}$

۲-

اولین عدد : ۱۰۱   آخرین عدد : ۹۹۷   تعداد = $\frac{۹۹۷ - ۱۰۱}{۷} + ۱ = ۱۲۹$

۳-

$a_{۶+۱} + a_{۶+۲} + a_{۶+۳} = a_۷ + a_۸ + a_۹ \longrightarrow a_۸ = \frac{a_۷ + a_۹}{۲} \rightarrow a_۷ + a_۹ = ۲a_۸$ ①

$a_{۱۵+۱} + a_{۱۵+۲} + a_{۱۵+۳} = a_{۱۶} + a_{۱۷} + a_{۱۸} \longrightarrow a_{۱۷} = \frac{a_{۱۸} + a_{۱۶}}{۲} \rightarrow ۲a_{۱۷} = a_{۱۸} + a_{۱۶}$ ②

$a_۷ + a_۸ + a_۹ = ۳a_۸ = -۶ \times ۶ + ۱۲ = -۲۴ \rightarrow a_۸ = \frac{-۲۴}{۳} = -۸$

$a_{۱۸} + a_{۱۷} + a_{۱۶} = ۳a_{۱۷} = -۶ \times ۱۵ + ۱۲ = -۷۸ \rightarrow a_{۱۷} = -\frac{۷۸}{۳} = -۲۶$

۴-

$$\left.\begin{array}{l} ۲^x - ۱ = a_۱ + ۲d \rightarrow ۲^x = a_۱ + ۲d + ۱ \\ ۲^x \times ۲ = a_۱ + ۷d \end{array}\right\} \Rightarrow ۵d - ۱ = ۲^x \times ۲ - ۲^x = ۲^x \overset{۱}{\cancel{(۲-۱)}}$$

$۵d - ۱ = ۲^x \rightarrow ۵d = ۲^x + ۱$ ①

$a_{۱۳} - a_۸ = ۵d \rightarrow ۲^{۲x} - ۳ - ۲^{x+۱} = ۵d$ ②

$۱ \text{ و } ۲ \rightarrow ۲^x + ۱ = ۲^{۲x} - ۲^{x+۱} - ۳ \longrightarrow ۲^{۲x} - ۲^{x+۱} - ۳ - ۲^x - ۱ = ۰ \rightarrow ۲^{۲x} - ۲^{x+۱} - ۲^x - ۴ = ۰$

⟶ (به جای ۲^x ، t قرار می‌دهیم) ⟶ $t^۲ - (t \times ۲) - t - ۴ = t^۲ - ۳t - ۴ = (t-۴)(t+۱)$ ↗ $t = ۴$ ↘ $t = -۱$

⟵ $t = -۱$ غیر قابل قبول چون ۲^x نمی‌تواند منفی شود

$۲^x = ۴ \rightarrow x = ۲$

$a_۳ = ۴ - ۱ \quad a_۸ = ۲^۳ \quad a_{۱۳} = ۲^۴ - ۳ \rightarrow a_۳ + a_۸ + a_{۱۳} = ۳ + ۸ + ۱۳ = ۲۴$

۵-

$a_{۱۰} - a_{۱۲} = ۵ \rightarrow a_۱ + ۹d - a_۱ - ۱۱d = ۵ \rightarrow -۲d = ۵ \rightarrow -d = \frac{۵}{۲} \rightarrow d = -\frac{۵}{۲}$

$a_۱ + a_۱ - \frac{۴۵}{۲} - \frac{۵۵}{۲} = ۲۵ \rightarrow ۲a_۱ = ۷۵ \rightarrow a_۱ = ۳۷٫۵$

$a_{۲۱} = a_۱ + ۲۰d = ۳۷٫۵ - ۵۰ = -۱۲٫۵$

۶-

مجموع ۵ جمله اول = $\frac{۵}{۲}(۲a + ۴d)$ مجموع ۵ جمله دوم = $\frac{۵}{۲}\Big(\underset{\substack{\downarrow \\ a_۶}}{(a + ۵d)} + \underset{\substack{\downarrow \\ a_{۱۰}}}{(۹d + a)}\Big) = \frac{۵}{۲}(۲a + ۱۴d)$

$\frac{۱}{۳} \times \frac{۵}{۲} \times (۲a + ۱۴d) = \frac{۵}{۲}(۲a + ۴d)$

$\longrightarrow \left(\frac{۱}{۳} \times (۲a + ۱۴d) = ۲a + ۴d\right) \times ۳ \rightarrow d = ۲a$

$\frac{a_۲}{a_۱} = \frac{a + d}{a} = \frac{a + ۲a}{a} = \boxed{۳}$

۷-

$t_n = t_۱ + (n-۱)d \quad , \quad t_n = t_{n-۳} + ۱۵$

$۱۵ + (n-۴)d + t_۱ = (n-۱)d + t_۱ \rightarrow ۱۵ = ۳d \rightarrow d = ۵$

$t_۹^۲ - t_۵^۲ = (t_۹ - t_۵)(t_۹ + t_۵) = \underset{۲۰}{(\cancel{t_۱+۴۰-t_۱+}۲۰)}(۲t_۱ + ۶۰) = ۴۰t_۱ + ۱۲۰۰$

$$\frac{t_۹^۲ - t_۵^۲}{t_۷} = \frac{۴۰t_۱ + ۱۲۰۰}{t_۱ + ۳۰} = \frac{۴۰(t_۱ + ۳۰)}{t_۱ + ۳۰} = ۴۰$$

۸-

$$d = \frac{۲ + \sqrt{۳} - ۲ + ۱۲\sqrt{۳}}{۱۳} = \frac{۱۳\sqrt{۳}}{۱۳} = \boxed{\sqrt{۳}}$$

$۲(۱ - ۶\sqrt{۳}) = ۲ - ۱۲\sqrt{۳}$

۹-

$$d = \frac{۳۲ - ۲}{۴n + ۲} = \frac{۳۰}{۴n - ۲} \rightarrow d = \frac{۱۵}{۲n - ۱}$$

جمله اول: $۲+d$ جمله دوم: $۲+۲d$ $\rightarrow$ جمله nام $= ۲ + nd$

$۱۱ = ۲ + nd \rightarrow ۹ = nd \rightarrow ۹ = n\left(\frac{۱۵}{۲n-۱}\right) \rightarrow ۹ = \frac{۱۵n}{۲n-۱} \rightarrow ۱۸n - ۹ = ۱۵n \rightarrow ۳n = ۹ \rightarrow n = ۳$

☆ نکته: شروع جملات از ۲ نیست زیرا اگر این گونه باشد جواب ۲- در می‌آید که غیر ممکن است

۱۰-

$a_۱ + (n-۱)d + a_۱ + (n+۳)d = a_۱ + ۲d + a_۱ + ۱۶d \rightarrow nd - d + nd + ۳d = ۱۸d$

$\rightarrow ۲nd = ۱۶d \rightarrow n = ۸$

$a_۸ = ۳a_۴$

$a_۸ + a_{۱۲} = a_۳ + a_{۱۷} \rightarrow ۳a_۴ + a_۸ + ۴d = a_۳ + ۱۷ \rightarrow ۳a_۴ + ۳a_۴ + ۴d = ۲a_۱ + ۱۸d$

$\rightarrow ۶a_۴ + ۴d = ۲a_۱ + ۱۸d \rightarrow ۴a_۱ = -۴d \rightarrow a_۱ = -d$

$\downarrow$

$\underbrace{۶a_۱ + ۱۸d + ۴d}_{۶a_۱ + ۲۲d}$

جمله‌ی دوم $= a_۱ + d = -d + d = ۰$