

۱۴۰۸/۰۸/۰۸

« بنام خدا »

۲.

برای حل محلی

۱) جمله اول یک دنباله حسابی ۴ و جمله چهارم این دنباله ۲۰ است. جمله پنجم این دنباله حسابی ۲۰ است؟

$$2d = 20 - 4 = 16 \rightarrow d = 8 \quad 20 = 4 + (n-1)8 = 8n - 4 \rightarrow 8n = 24 \rightarrow n = 3$$

جمله ۳ام

✓

۲) چند عدد ۳ رقمی وجود دارد که در تقسیم بر ۷ باقی مانده ۳ دارند؟

$$100 \leq 7n + 3 < 1000 \rightarrow 97 \leq 7n < 997 \rightarrow 13 \leq n < 142 \rightarrow 142 - 13 + 1 = 130$$

تعداد = ۱۳۰

✓

۳) اگر دنباله حسابی با جمله عمومی a_n داریم $a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} = -9n + 12$ حاصل $a_{17} + a_{18}$ را بیابید.

$$3a_1 + (3n+3)d = -9n + 12 \rightarrow 3nd = -9n \rightarrow d = -3$$

$$3a_1 - 9 = 12 \rightarrow a_1 = 7$$

$$a_{17} + a_{18} = 2a_1 + 23d = 14 - 69 = -55$$

✓

۴) سه عدد $2^x - 3$, 2^{x+1} , $2^x + 1$ به ترتیب جمله سوم، هفتم و نهم یک دنباله حسابی هستند. مجموع این ۳ جمله را بیابید.

$$2^x = t \quad 2^{2x} = t^2 \quad 2^{x+1} = 2t$$

$$(t^2 - 3) + (t - 1) = 4t \rightarrow t^2 - 3t - 4 = 0 \rightarrow (t-4)(t+1) = 0 \rightarrow t = 4$$

$$t^2 - 3 + t - 1 + 2t = 16 - 3 + 4 - 1 + 8 = 24$$

✓

۵) اگر جمله دوم یک دنباله حسابی را از جمله دوازدهم کم کنیم، حاصل ۵، اگر جمله دوم را از جمله دوازدهم جمع کنیم، حاصل ۲۵ است. جمله ۲۱ ام را بیابید.

$$a_{12} - a_2 = 5 \rightarrow 2d = 5 \rightarrow d = 2.5$$

$$a_1 + a_{12} = 2t_1 + 9d + 11d = 2t_1 + 20 \times 2.5 = 2t_1 + 50 = 25 \rightarrow t_1 = -12.5$$

$$a_{21} = -12.5 + 20 \times 2.5 = 100 - 25 = 75$$

✓

۶) یک دنباله حسابی مجموع ۵ جمله اول ۱/۳ مجموع ۵ جمله بعدی است. جمله دوم چند برابر جمله اول است؟

$$(\omega a_1 + (1 + 2 + 3 + 4)d) = \frac{1}{3} (\omega a_1 + 1 \cdot d + \omega \times \omega d) \rightarrow$$

$$\frac{2}{3} (\omega a_1) + (1 - \frac{2\omega}{3})d = 0 \rightarrow \frac{1}{3} a_1 = \frac{\omega}{3} d \rightarrow a_1 = \frac{1}{\omega} d \rightarrow$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{1 \cdot \omega d + d}{1 \cdot \omega d} = \frac{1 \cdot \omega d}{1 \cdot \omega d} = \boxed{3} \quad \textcircled{2} \quad \checkmark$$

۷. دیک دنباله حسابی با جمله عمومی t_n عبارت $t_n = t_{n-3} + 15$ برقرار است. عبارت $t_9 - t_5$ چند برابر t_7 باشد؟
 $3d = 15 \rightarrow d = 5$

$$\begin{cases} K \times d = 2 \\ (t_9 - t_5)(t_9 + t_5) = 2 \cdot (2t_1 + 14d) = \frac{K}{4} t_1 + 12 \cdot 5 \end{cases} \quad \frac{t_9 - t_5}{t_7} = \boxed{4}$$

$$t_7 = t_1 + 6d = t_1 + 6 \times 5 = \frac{t_1 + 30}{2} \quad \textcircled{2} \quad \checkmark$$

۸. بین دو عدد ۲ و $2(1 - 4\sqrt{3})$ و $2 + \sqrt{3}$ دانه دانه حسابی درج کرده ایم، قدر نسبت دنباله حسابی را بیابید.
 (شروع جملات دنباله از ۲ است.)

$$d = \frac{2 + \sqrt{3} - 2 + 12\sqrt{3}}{12 - 1} = \frac{13\sqrt{3}}{11} = \boxed{\sqrt{3}} \quad \leftarrow \text{قدر نسبت} \quad \textcircled{2} \quad \checkmark$$

۹. بین دو عدد ۲ و ۳۲ تعداد ۳- K دانه دانه حسابی درج کرده ایم، اگر دانه دانه هم برابر ۱۱ باشد، قدر n را بیابید.
 (شروع جملات از ۲ است.)

$$2 + nd = 11 \rightarrow nd = 9 \quad \textcircled{1} \quad d = \frac{32 - 2}{K - 1} = \frac{15}{K - 1} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{1}, \textcircled{2} \rightarrow \frac{15n}{K - 1} = 9$$

$$15n = 15n - 9 \rightarrow 3n = 9 \rightarrow \boxed{n = 3} \quad \textcircled{2} \quad \checkmark$$

۱۰. مجموع جملات n ام، $(n + 4)$ ام یک دنباله حسابی با مجموع جملات n ام و $(n + 4)$ ام ده دانه دنباله برابر است. اگر جمله n ام سه برابر جمله $\frac{n}{2}$ باشد، چندمین جمله این دنباله صفر است؟
 $\textcircled{2} \quad \checkmark$

$$t_n + t_{n+4} = t_3 + t_{17} \rightarrow n + n + 4 = 3 + 17 \rightarrow 2n = 16 \rightarrow n = 8$$

$$t_8 = 3t_4 \rightarrow t_1 + 7d = 3(t_1 + 3d) \rightarrow 2t_1 + 2d = 0 \rightarrow t_1 + d = \boxed{0 = t_2} \quad \textcircled{2}$$