۶-

$S_n = \frac{n}{۲}(۲a + (n-۱)d)$

$S_۵ = \frac{۵}{۲}(۲a + ۴d)$

$S_{۱۰} - S_۵ = \frac{۱۰}{۲}(۲a + ۹d) - \frac{۵}{۲}(۲a + ۴d)$

$\frac{۱}{۳}(۵a + ۳۵d) = \frac{۵}{۲}(۲a + ۴d)$

$۱۵a + ۷۰d = ۳۰a + ۶۰d$

$۱۰d = ۲۰a$

$d = ۲a$

$a_۲ = a_۱ + d \rightarrow a_۱ + ۲a_۱ = ۳a_۱$

$\frac{a_۲}{a_۱} = \frac{۳a_۱}{a_۱} = ۳]$

$۵(۲a + ۹d) - \frac{۵}{۲}(۲a + ۴d) = ۵(۲a + ۹d) - ۵(a + ۲d) = ۱۰a + ۴۵d - ۵a - ۱۰d = ۵a + ۳۵d$

۷-

$t_n = t_{n-۳} + ۱۵$

$t_{n-۳} = t_۱ + (n-۱)d$

$t_n = t_۱ + (n-۳-۱)d + ۱۵ =$

$t_۱ + (n-۱)d = t_۱ + (n-۴)d + ۱۵$

$(n-۱)d - (n-۴)d = ۱۵ \rightarrow ۳d = ۱۵ \rightarrow d = ۵]$

$t_۵ = t_۱ + ۵(۵-۱) = t_۱ + ۲۰$

$t_۷ = t_۱ + ۵(۷-۱) = t_۱ + ۳۰$

$t_۹ = t_۱ + ۵(۹-۱) = t_۱ + ۴۰$

$t_۹^۲ - t_۵^۲ = (t_۹ - t_۵)(t_۹ - t_۵) =$

$(t_۱ + ۴۰ - t_۱ - ۲۰)(t_۱ + ۴۰ - t_۱ - ۲۰)$

$۲۰(۲t + ۶۰) = ۴۰t_۱ + ۱۲۰۰$

$\frac{۴۰t_۱ + ۱۲۰۰}{t_۱ + ۳۰} = \frac{۴۰(\cancel{t_۱ + ۳۰})}{\cancel{t_۱ + ۳۰}} = ۴۰]$

۸-

$d = \frac{۲ + \sqrt{۳} - ۲ + ۱۲\sqrt{۳}}{۱۲ + ۱} = \frac{\cancel{۱۳}\sqrt{۳}}{\cancel{۱۳}} = \sqrt{۳}]$

$۲(۱ - ۶\sqrt{۳}) = ۲ - ۱۲\sqrt{۳}$

۹-

$a_{n+۱} = a_۱ + nd$

$d = \frac{۳۲ - ۲}{۴n - ۳ + ۱} = \frac{۳۰}{۴n - ۲} \rightarrow \frac{\cancel{۳۰}}{\cancel{۲}(۲n-۱)} = \frac{۱۵}{۲n-۱}$

$۱۱ = ۲ + n\left(\frac{۱۵}{۲n-۱}\right) \rightarrow ۹ = \frac{۱۵n}{۲n-۱} \rightarrow$

$۱۸n - ۹ = ۱۵n$

$۳n = ۹$

$\boxed{n = ۳}$

۱۰-

$a_n + a_۸ + ۴ = a_۴ + a_{۱۲}$

$n + n + ۴ = ۲۰ \rightarrow ۲n = ۱۶ \rightarrow n = ۸$

$a_۸ = ۳a_{\frac{n}{۲}} \rightarrow a_۸ = ۳a_۴$

$a_۱ + ۷d = ۳a_۱ + ۹d \rightarrow -۲a_۱ = ۲d \rightarrow a_۱ = -d]$

$a_n = a_۱ (n-۱)d = ۰$

$a_n = -d + nd - d = ۰$

$a_n = -۲d + nd$

$-۲d + nd = ۰$

$nd = ۲d$

$n = ۲]$

نسترن اسماعیلی

۱-

$a_۱ = ۴۰ \rightarrow \begin{cases} a + ۰d = ۴۰ \\ a + ۳d = ۶۱ \end{cases}$ $\xrightarrow{\times -}$ $-\cancel{a} - ۰d = -۴۰$

$a_۴ = ۶۱$ $\qquad \cancel{a} + ۳d = ۶۱$

$۳d = ۲۱$

$\boxed{d = ۷}$

$t_n = ۴۰ + (n-۱)۷$

$t_n = ۴۰ + ۷n - ۷$

$۴۰ + ۷n - ۷ = ۲۰۸$

$۷n = ۲۰۸ + \underbrace{۷ - ۴۰}_{-۳۳}$

$۷n = ۱۷۵$

$\boxed{n = ۲۵}$

۲-

اولین عدد سه رقمی $= ۱۴ \times ۷ = ۹۸ + ۳ = ۱۰۱ \Rightarrow$ ۱۰۱ و ۱۰۸ و ۱۱۵ و ... و ۹۹۷

تعداد $= \frac{۹۹۷ - ۱۰۱}{۷} + ۱ = ۱۲۹$

۳-

$a_{n+۱} + a_{n+۲} + a_{n+۳} = -۶n + ۱۲$

$n = ۱۰ \rightarrow a_{۱۱} + a_{۱۲} + a_{۱۳} = -۴۸$

$n = ۱۱ \rightarrow a_{۱۲} + a_{۱۳} + a_{۱۴} = -۵۴$

$a_{۱۱} + a_{۱۲} + a_{۱۳} + a_{۱۲} + a_{۱۳} + a_{۱۴} = -۱۰۲$

$a_{۱۱} + a_{۱۴} = a_{۱۲} + a_{۱۳} = a_{۱۳} + a_{۱۲} = a_{۱۷} + a_{۸}$

$۳(a_{۱۷} + a_{۸}) = -۱۰۲$

$\boxed{a_{۱۷} + a_{۸} = -۳۴}$

۴-

$\underbrace{۲^{x} - ۱}_{a_{۱۳}}$ و $\underbrace{۲^{x+۱}}_{a_{۸}}$ ، $\underbrace{۲^{۲x} - ۳}_{a_{۳}}$

$a_{۱۳} + a_{۳} = a_{۸} + a_{۸}$

$۲^{۲x} - ۳ + ۲^{x} - ۱ = ۲^{x+۱} + ۲^{x+۱} \rightarrow \boxed{۲ \times ۲^{x+۱}}$

$۲^{x+۲} + ۴ = ۲^{x}(۲^{x} + ۱)$

$۲^{x} \times ۲^{۲} + ۴ = ۲^{x}(۲^{x} + ۱)$

$۴ \times ۲^{x} + ۴ = ۲^{x}(۲^{x} + ۱)$

$۴\cancel{(۲^{x} + ۱)} = ۲^{x}\cancel{(۲^{x} + ۱)}$

$۲^{x} = ۴ \rightarrow x = ۲$

$a_{۳} = ۲^{۲} = ۴ - ۱ = ۳$

$a_{۸} = ۲^{۲+۱} = ۸$

$a_{۱۳} = ۲^{۲(۲)} - ۳ = ۱۳$

مجموع $: ۳ + ۸ + ۱۳ = ۲۴$

۵-

$a_{۱۲} - a_{۱۰} = ۵ \rightarrow ۲d = ۵ \rightarrow d = \frac{۵}{۲}$

$a_{۱۲} + a_{۱۰} = ۲۵$

$۲a_{۱} + ۲۰d = ۲۵ \rightarrow ۲a_{۱} + \overset{۱۰}{\cancel{۲۰}}(\frac{۵}{\cancel{۲}}) = ۲a_{۱} + ۵۰ = ۲۵ \rightarrow ۲a_{۱} = -۲۵ \rightarrow a_{۱} = \frac{-۲۵}{۲}$

$a_{۲۱} = a_{۱} + ۲۰d \rightarrow \frac{-۲۵}{۲} + ۲۰ \times (\frac{۵}{۲}) = \frac{۷۵}{۲}$