آتر یسا آقاصالحی

۲۰

۱)

$t_1 = ۴۰$

$t_{۴} = ۶۱$

$d = \frac{۶۱-۴۰}{۴-۱} = \frac{۲۱}{۳} = ۷$

$t_n = a + (n-1)d = ۴۰ + (n-1)۷$

$۴۰ + (n-1)۷ = ۲۰۸$ $\quad ۷n - ۷ = ۱۶۸$ $\quad ۷n = ۱۷۵$

$n = ۲۵$

۲ ✓

۲)

$۱۰۱, ۱۰۸, \dots, ۹۹۷$

$+۷$ باقی‌مانده = ۳

$۹۹۷ \div ۷ = ۱۴۲$، باقی‌مانده ۳

$\frac{۹۹۷ - ۱۰۱}{۷} + ۱ = ۱۲۹$ عدد

۲ ✓

۳)

$d + a_n = a_{n+1}$

$۲d + a_n = a_{n+2}$

$۳d + a_n = a_{n+3}$

$۶d + ۳a_n = -۶n + ۱۲$

$a_n = dn + B$ (جمله عمومی؛ d ضریب n، B عدد ثابت)

$۱۲ - ۶n = ۶d + (dn + B)۳$

$۱۲ - ۶n = ۶d + ۳dn + ۳B$

$۳d = -۶ \Rightarrow d = -۲$

$۱۲ = ۶d + ۳B \rightarrow ۱۲ = -۱۲ + ۳B$

$۳B = ۲۴$

$B = ۸$

$a_n = -۲n + ۸$

۲ ✓

$a_۸ = -۲(۸) + ۸ = -۸$

$a_{۱۷} = -۲(۱۷) + ۸ = -۲۶$

$a_۸ + a_{۱۷} = -۳۴$

۴)

$t_۳ = a_1 + ۲d = ۲^x - ۱ = y - ۱$

$t_۸ = a_1 + ۷d = ۲^{x+1} = ۲^x \times ۲ = ۲y$

$t_{۱۳} = a_1 + ۱۲d = ۲^{۲x} - ۳ = (۲^x)^۲ - ۳ = y^۲ - ۳$

$۲^x = y$

$۴y = y^۲ + y - ۴$

$(y-۴)(y+۱) = ۰$

$y = ۴$ یا $y = -۱$ ← باید + باشد

$y = ۲^x = ۴$

$x = ۲$

$t_۳ + t_۸ + t_{۱۳} = ۳t_۸ = ۳ \times ۲y = ۶y$

$۶y = ۶ \times ۴ = ۲۴$

۲ ✓

(۵

$d = \frac{t_{۱۲} - t_{۱۰}}{۱۲ - ۱۰} = \frac{۵}{۲} = ۲٫۵$

$t_{۱۰} + t_{۱۲} = ۲۵$

$t_{۱۲} - t_{۱۰} = ۵$

$+\ t_{۱۲} + t_{۱۰} = ۲۵$

$۲t_{۱۲} = ۳۰$

$t_{۱۲} = ۱۵$

$t_{۱۰} = ۱۰$

$a_{۲۱} = -۱۲٫۵ + ۲۰d = ۳۷٫۵$ (with $d = ۲٫۵$)

$t_{۱۰} = a + ۹d = a + ۲۲٫۵ = ۱۰$ (with $d = ۲٫۵$)

$a = -۱۲٫۵$

(۲) ✓

(۶

$t_۱ + t_۲ + t_۳ + t_۴ + t_۵ = \frac{۵}{۲}(۲a_۱ + ۴d) = S_۱$

$S_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d)$

$S_۲ = \frac{۵}{۲}(۲(a_۱ + ۵d) + ۴d) = \frac{۵}{۲}(۲a_۱ + ۱۴d)$

$S_۱ = \frac{۱}{۳} S_۲$

$\frac{۵}{۲}(۲a_۱ + ۴d) = \frac{۱}{۳} \times \frac{۵}{۲}(۲a_۱ + ۱۴d) \xRightarrow{\times ۳} ۶a_۱ + ۱۲d = ۲a_۱ + ۱۴d$

$d = ۲a_۱$

$a_۲ = a_۱ + d = a_۱ + ۲a_۱ = ۳a_۱ \Rightarrow a_۲ = ۳a_۱$

(۲) ✓

(۷

$t_n - t_{n-۳} = ۱۵ \rightarrow ۳d = ۱۵ \rightarrow d = ۵$

$t_۵ = a_۱ + ۴d \quad t_۹ = a_۱ + ۸d$

$t_۷ = a_۱ + ۶d = a_۱ + ۳۰$

$t_۹^۲ - t_۵^۲ = \underbrace{(t_۹ - t_۵)}_{۴d = ۲۰}\underbrace{(t_۹ + t_۵)}_{۲a_۱ + ۱۲d} \Rightarrow ۴۰a_۱ + ۱۲۰۰ \Rightarrow Z = \frac{۴۰a_۱ + ۱۲۰۰}{a_۱ + ۳۰} \Rightarrow Z = ۴۰$

(۲) ✓

(۸

$d = \frac{۲ + \sqrt{۳} - ۲ + ۱۲\sqrt{۳}}{۱۲ + ۱} = \frac{۱۳\sqrt{۳}}{۱۳} = \sqrt{۳}$

$۲(۱ - ۶\sqrt{۳}) = ۲ - ۱۲\sqrt{۳}$

(۲) ✓

(۹

$d = \frac{b-a}{n+۱} = \frac{۳۲ - ۲}{۴n - ۳ + ۱} = \frac{۳۰}{۴n - ۲}$

$\frac{۳۰}{۴n-۲} = \frac{۹}{n}$

$t_{n+۱} = ۱۱$

(۲) ✓

$d = \frac{۹}{n}$

$t_{n+۱} = a_۱ + ((n+۱) - ۱)d \Rightarrow ۱۱ = ۲ + nd$

$۳۰n = ۳۶n - ۱۸$

$۱۸ = ۶n$

$n = ۳$

(۱۰

$a_{n+۴} + a_n = a_{۱۷} + a_۳$

$۲n + ۴ = ۲۰$

$n + n + ۴ = ۱۷ + ۳ \Rightarrow n = ۸$

(۲) ✓

$t_۸ = ۳t_۴ \quad t_۸ = a + ۷d \quad t_۴ = a_۱ + ۳d$

$a_۱ + ۷d = ۳a_۱ + ۹d$

$a_۱ = -d$

$-d \quad ۰$

$a_۱, a_۲, \ldots$

$+d$

$a_۲ = ۰$