آتریسا آقاصالح

۱)

$t_1 = ۴۰$

$t_۴ = ۶۱$

$$d = \frac{۶۱-۴۰}{۴-۱} = \frac{۲۱}{۳} = \textcircled{۷}$$

$$t_n = a + (n-1)d = ۴۰ + (n-1)۷$$

$۴۰ + (n-1)۷ = ۲۰۸$ $\quad ۷n - ۷ = ۱۶۸$ $\quad ۷n = ۱۷۵$

$\boxed{n = ۲۵}$

---

۲)

$۱۰۱, ۱۰۸, \dots, ۹۹۷$

$\xrightarrow{+۷}$

باقی‌مانده $= ۳$

$۹۹۷ \div ۷ = ۱۴۲$, ۳

$$\frac{۹۹۷-۱۰۱}{۷} + ۱ = \textcircled{۱۲۹}$$ عدد

---

۳)

$d + a_n = a_{n+1}$

$۲d + a_n = a_{n+2}$

$۳d + a_n = a_{n+3}$

$۶d + ۳a_n = -۶n + ۱۲$

جمله عمومی $= a_n = \underset{\text{قدر نسبت}}{d}n + \underset{\text{عدد ثابت}}{B}$

$۱۲ - ۶n = ۶d + (dn + B)۳$

$۱۲ - ۶n = ۶d + ۳dn + ۳B$

$\Downarrow$

$۳d = -۶ \Rightarrow \boxed{d = -۲}$

$۱۲ = ۶d + ۳B \rightarrow ۱۲ = -۱۲ + ۳B$

$۳B = ۲۴$

$\boxed{B = ۸}$

$\boxed{a_n = -۲n + ۸}$

$$\left.\begin{array}{l} a_۸ = \overset{-۱۶}{-۲(۸)} + ۸ = -۸ \\ a_{۱۷} = \underset{-۳۴}{-۲(۱۷)} + ۸ = -۲۶ \end{array}\right\} -۳۴$$

$a_۸ + a_{۱۷} = \underline{-۳۴}$

---

۴)

$t_۳ = a_1 + ۲d = ۲^x - ۱ = y - ۱$

$t_۸ = a_1 + ۷d = ۲^{x+1} = ۲^x \times ۲ = ۲y$

$t_{۱۳} = a_1 + ۱۲d = ۲^{۲x} - ۳ = (۲^x)^۲ - ۳ = y^۲ - ۳$

$۴y = y^۲ + y - ۴$

$(y-۴)(y+۱) = 0$

$y = ۴$

یا

$\cancel{y = -۱} \rightarrow$ باید + باشه

$t_۳ + t_۸ + t_{۱۳} = ۳t_۸ = ۳ \times ۲y = ۶y$ $\quad y = ۲^x = ۴$

$۲^x = y$ $\quad ۶y = ۴ \times ۶ = \underline{۲۴}$ $\quad \boxed{x = ۲}$

۵)

$d = \frac{t_{۱۲} - t_{۱۰}}{۱۲ - ۱۰} = \frac{۵}{۲} = \boxed{۲٫۵}$

$t_{۱۰} + t_{۱۲} = ۲۵$

$t_{۱۲} - t_{۱۰} = ۵$

$+ \; t_{۱۲} + t_{۱۰} = ۲۵$

$۲t_{۱۲} = ۳۰$

$\boxed{t_{۱۲} = ۱۵}$

$\boxed{t_{۱۰} = ۱۰}$

$a_{۲۱} = -۱۲٫۵ + ۲۰\overset{۲٫۵}{d} = \underline{۳۷٫۵}$

$t_{۱۰} = a + ۹\underset{۲٫۵}{d} = a + ۲۲٫۵ = ۱۰$

$\boxed{a = -۱۲٫۵}$

۶)

$t_۱ + t_۲ + t_۳ + t_۴ + t_۵ = \frac{۵}{۲}(۲a_۱ + ۴d) = S_۱$

$S_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d)$

$S_۲ = \frac{۵}{۲}(۲(a_۱ + ۵d) + ۴d) = \frac{۵}{۲}(۲a_۱ + ۱۴d)$

$S_۱ = \frac{۱}{۳} S_۲$

$\cancel{\frac{۵}{۲}}(۲a_۱ + ۴d) = \frac{۱}{۳} \times \cancel{\frac{۵}{۲}}(۲a_۱ + ۱۴d) \xRightarrow{\times ۳} ۶a_۱ + ۱۲d = ۲a_۱ + ۱۴d$

$\boxed{d = ۲a_۱}$

$a_۲ = a_۱ + d = a_۱ + ۲a_۱ = ۳a_۱ \Rightarrow \boxed{a_۲ = ۳a_۱}$

۷)

$t_n - t_{n-۳} = ۱۵ \to ۳d = ۱۵ \to \boxed{d = ۵}$ $\quad t_۵ = a_۱ + ۴d \quad t_۹ = a_۱ + ۸d$

$t_۷ = a_۱ + ۶d = a_۱ + ۳۰$

$t_۹^۲ - t_۵^۲ = \underbrace{(t_۹ - t_۵)}_{۴d = ۲۰}\underbrace{(t_۹ + t_۵)}_{۲a_۱ + \underbrace{۱۲d}_{۶۰}} \Rightarrow ۴۰a_۱ + ۱۲۰۰ \Rightarrow z = \frac{۴۰a_۱ + ۱۲۰۰}{a_۱ + ۳۰} \Rightarrow \underline{z = ۴۰}$

۸)

$d = \frac{۲ + \sqrt{۳} - ۲ + ۱۲\sqrt{۳}}{\underset{۱۳}{\cancel{۱۲+۱}}} = \frac{۱۳\sqrt{۳}}{\cancel{۱۳}} = \underline{\sqrt{۳}}$

$۲(۱ - ۶\sqrt{۳}) = ۲ - ۱۲\sqrt{۳}$

۹)

$d = \frac{b-a}{n+۱} = \frac{۳۲-۲}{۴n-۳+۱} = \frac{۳۰}{۴n-۲}$

$\frac{۳۰}{۴n-۲} \times \frac{۹}{n}$

$d = \frac{۹}{n}$

$۳۰n = ۳۶n - ۱۸$

$۱۸ = ۶n$

$\boxed{n = ۳}$

$t_n + ۱ = ۱۱$

$t_{n+۱} = a_۱ + ((n+۱) - ۱)d \Rightarrow ۱۱ = ۲ + nd$

۱۰)

$a_{n+۴} + a_n = a_{۱۷} + a_۳$

$\Downarrow$

$\overset{۲n+۴}{n+n+۴} = \overset{۲۰}{۱۷+۳} \Rightarrow \boxed{n = ۸}$

$t_۸ = ۳t_۴$

$t_۸ = a_۱ + ۷d$

$t_۴ = a_۱ + ۳d$

$a_۱ + ۷d = ۳a_۱ + ۹d$

$\boxed{a_۱ = -d}$

$-d \quad \boxed{۰}$

$a_۱, a_۲, \ldots$

$+d$

$\boxed{a_۲ = ۰}$