$\underline{۱۸}$

1. $a_۱=۴۰$ و $a_۴=۶۱$ جمله چندم $=۲۰۸$؟

$d=\dfrac{a_m-a_n}{m-n}=\dfrac{۶۱-۴۰}{۴-۱}=\boxed{۷\to d}$ $\quad a_n=a_۱+(n-۱)d$

$۴۰+(n-۱)۷\to$

$۴۰+۷n-۷=۲۰۸\rightsquigarrow\boxed{n=۲۵}$ ② ✓

---

2. $a_۱=۷\times۱۴+۲\to۱۰۰\longrightarrow ۱۴, \ldots, ۱۴۲$

$a_n=۷\times۱۴۲+۵\to۹۹۹\quad ۱۴۲-۱۴+۱=\boxed{۱۲۹}$ ② ✓

$a_{n+۱}+a_{n+۲}+a_{n+۳}=-۶n+۱۲$

$۷\quad ۶\quad ۵$ $\quad ۷<\quad ۶\quad ۵$

$۱۷\quad ۱۵\quad ۱۴$

$۳(a_۷)=-۷۲$

$\boxed{a_۷=-۲۴}$

$۳(a_{۱۷})=-۲۳۴$

$\boxed{a_{۱۷}=-۷۸}$

$-۲۴+(-۷۸)=\boxed{-۱۰۲}$

---

4. $a_۸-a_۳=a_{۱۳}-a_۸\qquad ۲^{x+۱}-(۲^x-۱)=(۲^{۲x}-۳)-۲^{x+۱}$

$۲^{x+۱}-۲^x+۱=۲^{۲x}-۳-۲^{x+۱}\to ۲^{x+۱}=۲\times۲^x\to(۲-۱)۲^x+۱=۲^{۲x}-۳-۲\times۲^x$

$t=۲^x\to t^۲-۳t-۴=۰\to(t-۴)(t+۱)=۰\quad\boxed{t=۴}$ یا $\boxed{t=-۱}$

$t=۲^x>۰\to\boxed{x=۲}\qquad \underbrace{۲^x=۴\;\Big\}\;۲^{x+۱}=۸\;\Big\}\;۲^{۲x}=۱۳}_{\boxed{۲۴}}$ $\quad\boxed{۳}$

② ✓

«هستی میرعلی ۲»

5

$a_{10} - a_{12} = -2d \to -5$ $\left\{ \boxed{d = \cancel{+}2.5} \right.$

$a_{10} + a_{12} = 25$

$2a_1 + 20\cancel{d} = 25$

$a_{12} - a_{10} = 5$

تفاضل جمله ۱۰ از جمله ۱۲

0.5

$20(-2.5) = -50$

$a_{21} = a_1 + 20d$

$2a = \cancel{25} - 50$

$\boxed{a = \cancel{12.5}}$

-12.5

$\boxed{~~37.5 + -50 = -12.5~~}$ ✓

$-12.5 + 20.(\frac{5}{2}) = 37.5$

6

$S_5 = \frac{1}{3}(S_{10} - S_n) \Rightarrow 3S_5 = S_{10} - S_5 \Rightarrow S_{10} = 4S_5$

$5(2a + 9d) = 10(2a + 4d) \to 10a + 45d = 20a + 40d$

$5d = 10a \to a = \frac{1}{2}d$ $\boxed{a_2 = 3a_1}$ 2 ✓

7

$t_n = t_{n-3} + 15 \to t_9^2 - t_5^2 = \square \times t_7$ $t_n - t_{n-3} = 15$

$a + (n-1)d - (a + (n-4)d) = 3d$ $3d = 15 \to d = 5$

$(\underbrace{t_9 - t_5}_{20})(t_9 + t_5) \to 2a + 40 \to (t_9 - t_5)(t_9 + t_5) = 20(2a + 40) = 4a + 1400$

$t_7 = a + 30 \to \boxed{\frac{t_9^2 - t_5^2}{a + 30} = 40}$

2 ✓

8

$\frac{2 + \sqrt{3} - 2(1 - 6\sqrt{3})}{13} = d \to \boxed{\sqrt{3}}$

$\frac{\cancel{2} + \sqrt{3} \cancel{-2} + 12\sqrt{3}}{13} = \frac{\cancel{13}\sqrt{3}}{\cancel{13}} = \sqrt{3}$ 2 ✓

« هستی میرعلی ۳۲

۹

$\boxed{۴n-۳+۱=۴n-۲}$

~~$\frac{۳n-۲}{۴n-۲}=۳۰\times\frac{۱}{۴n-۲}=\frac{۳۰}{۴n-۲}$~~ ~~$۴n-۲$~~ ~~$n=۲$~~

$\frac{۳۰}{۴n-۲}=\frac{۱۵}{۲n-۱}$ $a_{n+1}=a+nd$

$۲+n\left(\frac{۵}{۲n-۱}\right)\rightarrow ۹$

$۱۵n=۱۸n-۹$ $\frac{-۳n}{-۳}=\frac{-۹}{-۳}=\boxed{۳}$ ۲ ✓

۲۰

$a_n+a_{n+۴}=a_۳+a_{۱۷}$ $a(n-۱)d+(a+(n+۳)d)=a+۲d+a+۱۶d$

$\underset{\times}{۲d}(n-۸)=۰$ $a_۸=۳a_۴\rightarrow a+۷d=۲(a+۳d)$

$a-۷d=۳a+۹d$

$-۲a=۲d\rightarrow a=-d$

$-d+kd-d=۰\rightarrow -۲d+kd=۰$ $\boxed{k=۲}$

۲ ✓

$a_{n+1}=a+nd$ $a_{n+۲}=a+(n+۱)d$ $\left\{a_{n+1}+a_{n+۲}+a_{n+۳}=a+nd+\right.$

$a_{n+۳}=a+(n+۲)d$ $۳a+(۳n+۳)d=-۶n+۱۲\}$ $a+dn+d+a+dn+۲d=$

$a_1+۴d-a_1-d=-۶\rightarrow\boxed{d=-۲}$ $\}\,۳a+(۳n+۳)d=-۶n$

$a+(n+۱)d=-۲n+۴\Leftarrow$

$a_1=-۲n+۴-(n+۱)d\rightarrow$ ~~$a+(n+۱)d=$~~ [illegible]

$a_n=-۲n+۴-(n+۱)d+(n-۱)d=-۲n+۴-۲d$

$a_{۱۷}=-۲\times۱۷+۴-۲\times d=$

$-۳۴+۴-۲d=-۳۰-۲d$

$a_۸=-۲\times۸+۴-۲\times d=-۱۶+۴-۲d=-۱۲-۲d\}\rightarrow -۴۲-۴d$

۱٫۵

$-۴۲-۴(-۲)=$

$\boxed{-۳۴}$