باران مرادی

①

$a_1=۴۰$, $a_۴=۶۱$ $\Big\}$ $۳d=۲۱$, $d=۷$

$a_n=۴۰+(n-1)۷=۲۰۸$

$۴۰+۷n-۷=۲۰۸$ $\quad ۷n=۱۷۵$

$n=۲۵$

②

$۱۰۱, ۱۰۸, ۱۱۵, \ldots, ۹۹۷$

$\frac{۹۹۷-۱۰۱}{۷}+۱=۱۲۹$

③

$a_{۱۷}+a_۸=? \to a_1+۱۶d+a_1+۷d=۲a_1+۲۳d$

$a_{n+1}+a_{n+۲}+a_{n+۳}=-۶n+۱۲ \to n=۰ \to a_1+a_۲+a_۳=۱۲$

$۳a_1+۳d=۱۲ \to a+d=۴$

$a_{۱۷}+a_۸=(\overset{۱۲}{\cancel{۲\times۶}})+(\overset{-۴۶}{\cancel{۲۳\times-۲}})=-۳۴$

$n=1 \to a_۲+a_۳+a_۴=۶$

$۳a_1+۶d=۶ \to a+۲d=۲$

$-d=۲$

$d=-۲$

$a \Rightarrow a-۲=۴$

$a=۶$

④

$a_{۱۳}+a_۳=a_۸+a_۲ \to ۲^{۲x}-۳+۲^x-۱=۲\times۲\times۲^x \to ۲^{۲x}-۳\times۲^x-۴=۰ \to$

$(۲^x-۴)(۲^x+۱)=۰$ → $\cancel{۲^x=-۱}$

→ $۲^x=۴ \to x=۲$

$a_{۱۳}+a_۸+a_۳=۲\times۲^x+ \ldots +۲^{۲x}-۳=۲^۴-۳+۲^۲-۱+۲^۳=۲۴$

⑤

$a_{۱۲}-a_{۱۰}=۵ \to a_1+۱۱d-(a+۹d)=۲d=۵ \to d=\frac{۵}{۲}$

$a_{۱۰}+a_{۱۲}=۲۵ \to a_1+۹d+a_1+۱۱d=۲۵ \to ۲a_1+(\cancel{۲۰}^{۱۰}\times\frac{۵}{\cancel{۲}})=۲۵$

$۲a_1+۵۰=۲۵$

$۲a_1=-۲۵ \to a_1=-۱۲/۵$

$a_{۲۱}=? \to a_1+۲۰d=-۱۲/۵+\cancel{۲۰\times\frac{۵}{۲}}^{۵۰}$

$=۳۷/۵$

۶

$$۳\times\left(۵a+۱۰d=\frac{۱}{۳}(۵a+۲۵d)\right)$$

$$۱۵a+۳۰d=۵a+۲۵d$$

$$۱۰a=۵d \rightarrow d=۲a$$

$$\frac{a_۲}{a}=\frac{a+d}{a}=\frac{a+۲a}{a}=\frac{۳a}{a}=۳$$

۷

$$t_n-t_{n-۳}=۱۵ \rightarrow t_۴-t_۱=۱۵ \rightarrow ۳d=۱۵$$

$$d=۵$$

$$\frac{t_۹^۲-t_۵^۲}{t_۷}=\frac{(a+۸d)^۲-(a+۴d)^۲}{a+۶d}$$

$$\frac{a^۲+۶۴d^۲+۱۶ad-a^۲-۱۶d^۲-۸ad}{a+۶d}=\frac{۸d(a+۶d)}{a+۶d}=۸\times۵=۴۰$$

(above the crossed-out terms: $۴۸d^۲+۸ad$)

۸

$$d=\frac{۲+\sqrt{۳}-(۲-۱۲\sqrt{۳})}{۱۳}=\frac{۲-۲+\sqrt{۳}+۱۲\sqrt{۳}}{۱۳}=\sqrt{۳}$$

(above: $۱۳\sqrt{۳}$)

۹

کل جملات $=۴n-۲$

$$d=\frac{۳۲-۲}{۴n-۲}=\frac{۱۵}{۲n-۱}$$

$$a_{n+۱}=۲+(n)d=۱۱$$

$$۱۸n-۹=۱۵n \leftarrow \frac{۱۵n}{۲n-۱}=۹ \leftarrow ۲+\frac{۱۵n}{۲n-۱}=۱۱$$

$$۳n=۹$$

$$n=۳$$

۱۰

$$a_n+a_{n+۴}=a_۳+a_{۱۷}=a_۸+a_{۱۲}$$

$$n=۸$$

$$\frac{a_۸}{a_۴}=۳ \rightarrow \frac{a_۱+۷d}{a_۱+۳d}=۳ \rightarrow a_۱+۷d=۳a+۹d \rightarrow -۲a=۲d$$

$$d=-a$$

$$a_۱+(n-۱)d=0 \quad (d=-a)$$

$$a_۱+a_۱-a_۱n=0 \rightarrow ۲a_۱=a_۱n \rightarrow n=۲$$