Date: Sub: خطار متلازی

۱) الف) $a_n = \frac{۱}{۲}, ۱, ۲, \dots$ $a_{۱۰} = a_۱ r^۹ = \frac{۱}{۲} \times ۲^۹ = ۲^۸ = ۲۵۶$

$r = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}} = ۲$

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{a_{۱۳} r^۴}{a_{۱۳}} = ۲^۴ = ۱۶$

ج) واسطه هندسی $a_۴ , a_{۱۰} \rightarrow a_۷ = a_۱ r^۶ = \frac{۱}{۲} \times ۲^۶ = ۲^۵ = ۳۲$

د) $a_n = a_۱ r^{n-۱} = \frac{۲^{n-۱}}{۲} = ۲^{n-۲} = ۱۲۸ = ۲^۷$

$n - ۲ = ۷$

$n = ۹$

۲) $a_۵ = a_۱ r^۴ = ۱۲$ $a_۸ = a_۱ r^۷ = ۹۶$ $a_{۱۰} = a_۱ r^۹ = \frac{۳}{۲۲} \times ۲^۹ = ۳ \times ۲^۷ = ۳۸۴$

$\frac{a_۸}{a_۵} = \frac{a_۱ r^۷}{a_۱ r^۴} = r^۳ = \frac{۹۶}{۱۲} = ۸$ $r = ۲ , a_۱ = \frac{۳}{۴}$

۳) $a_۱ \times a_۲ \times a_۳ \times a_۴ \times a_۵ = ۲۴۳ = ۳^۵$

$(a_۳)^۲$

الف) $(a_۳)^۲ \Rightarrow (a_۳)^۵ = ۳^۵$ $a_۳ = ۳$

ب) $a_۱ \times a_۵ = a_۳ . a_۳ = ۹$

۴) واسطه حسابی، واسطه هندسی

$a \quad c \quad b$

$b^۲ = ac \Rightarrow (۴\sqrt{۲})^۲ = ۲^a \times ۲^b$

$۲^۵ = ۲^{a+b}$ $a + b = ۵$ $c = \frac{a+b}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$

۵) $b^۲ = ac$ $x^۲ = (x+۱)(۱-x)$

$x^۲ = ۱ - x^۲$ $۲x^۲ = ۱$ $x = \pm\sqrt{\frac{۱}{۲}} = \pm \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

Date: Sub: ریاضی ۱۱

۶)

$t_4 + t_1 = 28 \to t_1 r^3 + t_1 = 28$

$t_3 + t_2 = 12 \to t_1 r^2 + t_1 r = 12$

$t_1 r(r+1) = 12 , t_1(r+1) = \frac{12}{r}$

$t_1\left(\frac{r^4-1}{r-1}\right) = 40$

$t_1(r^2+1)(r+1) = 40 \Rightarrow \frac{12}{r}(r^2+1) = 40 \Rightarrow 12r^2 - 40r + 12 = 0$

$\Rightarrow 3r^2 - 10r + 3 = 0 \quad r = \frac{10 \pm 8}{6} = 3 , \frac{1}{3} \to t_1 = 27$

$\frac{t_1}{3}\times\left(\frac{4}{3}\right) = 12$

$3a_1 \times 4 = 12 \quad a_1 = 1$

$a_4 = 1 \times 3^3 = 27$ ← بزرگترین r

۷)

$a_1 + aq + aq^2 = 13 \quad \frac{3}{q} + 3 + 3q = 13 \to 3q^2 - 10q + 3 = 0$

$a_1 \cdot aq \cdot aq^2 = a^3q^3 = 27 \Rightarrow aq = a_2 = 3$

$(q-1)(q-9) = 0$

$q = 3 , \frac{1}{3}$

$a_1, a_2, a_3 \to 1, 3, 9$

if → $q = 3$ → دنباله ⇒ $1, 3, 9, \dots$

if → $q = \frac{1}{3}$ → دنباله ⇒ $9, 3, 1, \dots$

۸)

$a_n = 2, 6, 18, \dots$

(الف $S_{10} = 2 \times \left(\frac{3^{10}-1}{3-1}\right) = 3^{10} - 1 = 59048$

(ب $P_{10} = (2 \times 2 \times 3^9)^5 = 1024(3^{45})$

$a_{10} = 2 \times 3^9$

۹)

$a, aq, aq^2, aq^3, \dots$

$a-aq, (aq-aq^2), aq^2-aq^3, \dots$

$a(1-q), aq(1-q), aq^2(1-q), \dots$ ← دنباله هندسی جدید

$b^2 = ac$

$a^2q^2 - 2a^2q^3 + a^2q^4 = a^2q^2 - 2a^2q^3 + a^2q^4$

Date: Sub: ۱۰ دنباله هندسی

تمرین $\rightarrow \dfrac{aq(1-q)}{a(1-q)} = q$

مجموع دنباله حسابی

۱۰) الف)

$S_n = a_1 + a_1+d + a_1+2d + a_1+3d \dots a_1+(n-1)d$

$a_1(1+d+1+2d+1+3d \dots 1+(n-1)d)$

$a_1 n + d(1+2+3+\dots+n-1) \rightarrow \dfrac{(n-1)n}{2}$

$\dfrac{2a_1 n}{2} + d\left(\dfrac{(n-1)n}{2}\right)$

$\dfrac{n(2a_1+(n-1)d)}{2}$

مجموع دنباله هندسی

ب)

$r(S_n = a_1 + a_1 r + a_1 r^2 + \dots a_1 r^{n-1})$

$rS_n - S_n = (ar + ar^2 + ar^3 \dots ar^n) - (a_1 + ar + \dots a r^{n-1})$

$S_n(r-1) = a(r^n - 1)$

$S_n = a_1\left(\dfrac{r^n-1}{r-1}\right)$