نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۴ کلاس .....

۲۵

۱

الف) $a_{10} = aq^9 = \frac{1}{2} \times 2^9 = 256$ → ۲۵۶ $\quad a_n = \frac{1}{2}, 1, 2, \dots$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{aq^{16}}{aq^{12}} = q^4 = 2^4 = 16$ → ۱۶

ج) $q^{n+1} = \frac{b}{a} = \frac{aq^9}{aq^3} = q^6 \rightarrow n+1 = 6 \rightarrow n = 5$ → $n=5$

د) $\frac{1}{2} q^{n-1} = 128 \quad q^{n-1} = 256 = 2^8 \rightarrow n-1 = 8 \rightarrow n = 9$ → $n=9$

۲

$a_5 = 12 = aq^4$, $a_8 = 96 = aq^7 \rightarrow q^3 = \frac{96}{12} = 8 \rightarrow q = 2$

$a \times 2^4 = 12 \rightarrow a = 0/75 = \frac{3}{4}$ → $\frac{3}{4}$

$a_{10} = \frac{3}{4} \times 2^9 = 3 \times 2^7 = 384$ → 384

۳

ضرب جمله‌ای $= (\text{وسطی})^n = (a_3)^5 = 2^{15} \quad a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = 2^{15}$

الف) $a_3 = 2^3$ → $a_3 = 2^3$

ب) $a_1 \times a_5 = a_2 \times a_4 = a_3^2 = 2^3 \times 2^3 = 2^6$ → 2^6

۴

دنباله هندسی → $2^a, 2\sqrt{2}, 2^b$

$(2\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b$

$16 \times 2 = 2^{a+b} = 2^5 \rightarrow a+b = 5$ → 5

واسطه حسابی $= \frac{b+a}{n+1} = \frac{5}{1+1} = \frac{5}{2} = 2/5$ → $2/5$

۵

$aq^2, aq^4, aq^{10} \rightarrow x+1, x, 1-x$

$a_3 \times a_{11} = a_7 \times a_7 \rightarrow (a_7)^2 = a_3 \times a_{11}$

$x^2 = (1-x)(x+1) = 1-x^2$

$2x^2 = 1 \quad x^2 = \frac{1}{2} \quad x = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ → $\frac{\sqrt{2}}{2}$

بورسرین
صفحه ۲۷

۶

$a_1+a_4=21$ $\quad a+aq^3=a(1+q^3)=a(1+q)(1-q+q^2)$

$a_2+a_3=12$ $\quad aq+aq^2=aq(1+q)=12$

$\frac{21}{12}=\frac{(1-q+q^2)}{q}=\frac{7}{4}$ $\quad 7q=4(1-q+q^2)\rightarrow 7q=4-4q+4q^2\rightarrow 4q^2-11q+4=0$

$q=\frac{11\pm\sqrt{121-64}}{8}$ $\quad q=4,\ q=\frac{1}{4}$

$a(1+4^3)=21\rightarrow a=1$ $\quad a(1+(\frac{1}{4})^3)=21$

$1,4,16,64,\dots$ $\quad a\times\frac{21}{17}=21\rightarrow a=17$

$17,68,272,\dots$

۷

$a_1+a_2+a_3=14$ $\quad \frac{a}{q}+a+aq=14\rightarrow \frac{a}{q}+a+aq$

$a_1\times a_2\times a_3=216$ $\quad \frac{a}{q}\times a\times aq=a^3=216\rightarrow a=6$

$(\frac{6}{q}+6+6q=14)\times q\rightarrow 6+6q+6q^2=14q\rightarrow 6q^2-8q+6=0$

$3q^2-4q+3=0$ $\quad q=\frac{4\pm\sqrt{16-36}}{6}$

$1,3,9$! $9,3,1$

۸

الف) $S_{10}=a\times\frac{q^{10}-1}{q-1}=2\times\frac{3^{10}-1}{3-1}$ $\quad a_n=2,6,18,\dots$

$a=2,\ q=3$

$3^{10}-1=(3^5+1)(3^5-1)=(1+243)(1-243)=59049$

ب) $S_{10}=\frac{n}{2}(a_1+a_{10})=5(2+9841)=49205$ $\quad$ حاصل ضرب $=(a_1\times a_{10})^{\frac{n}{2}}=(2\times 3^9)^5=2^5\times 3^{45}$

۹

$9,99,99^2,\dots$

جمله دوم $-$ جمله اول $=99-9=90$

جمله سوم $-$ جمله دوم $=99^2-99=9(11-1)=90$

$\frac{99(1-9)}{9(1-9)}=9$

قدرنسبت این دنباله ۹ است ←

۱۰

الف) $S_n=a+a+d+a+2d,\dots a_n$

$a_n=a_1+(n-1)d$

$S_n=a_1+a_2+a_3+\dots a_{n-1}+a_n$

$+S_n=a_n+a_{n-1}+\dots a_2+a_1$

$2S_n=(a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+\dots(a_n+a_1)$

$2S_n=n(a_1+a_n)$

$\rightarrow S_n=\frac{n(a_n+a_1)}{2}$

ب) $S_n=a(\frac{q^n-1}{q-1})\rightarrow S_n=a,aq,aq^2,\dots aq^{n-1}$

طرفین $\times q$ $\rightarrow qS_n=aq+aq^2+\dots aq^n$

$S_n-qS_n=(a+aq+\dots aq^{n-1})-(aq+\dots aq^n)$

$S_n(1-q)=a-aq^n$

$\rightarrow S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$