نام و نام خانوادگی ....فاطمه احمدی........ **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ...۱۴... **کلاس** .....دهم ریاضی A.....

۱

$a_n = \frac{۱}{۲}, ۱, ۲, \dots \rightsquigarrow r = ۲$

الف) $a_{۱۰} = ? \rightsquigarrow a_{۱۰} = a_۱ \cdot r^۹ = \frac{۱}{۲} \times ۲^۹ = ۲^۸ = ۲۵۶$

ب) $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{a_{۱۳} \cdot r^۴}{a_{۱۳}} = ۲^۴ = ۱۶$ / $\frac{a_{۱۷}}{a_{۱۳}} = \frac{a_۱ \cdot r^{۱۶}}{a_۱ \cdot r^{۱۲}} = r^۴ = ۱۶$

$\to a_۷ = a_۱ \cdot r^۶ = \frac{۱}{۲} \times ۲^۶ = ۳۲$

ج) $\frac{۱۰+۴}{۲} = ۷$ که عدد وسط بین ۱۰ و ۴ $\rightsquigarrow (a_۷)^۲ = a_۴ \cdot a_{۱۰}$ $\begin{cases} a_۴ = \frac{۱}{۲} \times ۲^۳ = ۴ \\ a_{۱۰} = \frac{۱}{۲} \times ۲^۹ = ۵۱۲ \end{cases}$ $\rightsquigarrow (a_۷)^۲ = ۵۱۲ \times ۴ = ۱۰۲۴ \rightsquigarrow a_۷ = ۳۲$

د) $a_n = ۱۲۸ \rightsquigarrow \underbrace{a_۱}_{\frac{۱}{۲}} \cdot r^{n-۱} = ۱۲۸ \rightsquigarrow ۲^{n-۱} = ۱۲۸(۲) = ۲۵۶ \rightsquigarrow ۲^{n-۱} = ۲^۸$

$n - ۱ = ۸ \Rightarrow n = ۹$ $a_۹ = ۱۲۸$

۲

$\left.\begin{matrix} a_۵ = ۱۲ \\ a_۸ = ۹۶ \end{matrix}\right\}$ $\frac{a_۸}{a_۵} = \frac{a_۱ \cdot r^۷}{a_۱ \cdot r^۴} = \frac{۹۶}{۱۲} \rightsquigarrow r^۳ = ۸ \rightsquigarrow r = ۲$, $a_۱ \cdot \underbrace{r^۴}_{۲^۴} = ۱۲ \rightsquigarrow a_۱ = \frac{۱۲}{۱۶} = \frac{۳}{۴}$

$a_{۱۰} = ? \rightsquigarrow a_۱ \cdot r^۹ = \frac{۳}{۲^۲} \times ۲^۹ = ۳ \times \underbrace{۲^۷}_{۱۲۸} = ۳۸۴$

۳

$a_۱ \times \overbrace{a_۲ \times a_۳ \times a_۴}^{a_۳ \times a_۳} \times a_۵ = \underbrace{۲۴۳}_{۳^۵} \rightsquigarrow (a_۳)^۵ = ۳^۵ , a_۳ = ۳ \rightsquigarrow$ جواب الف ج ۱، ۲

الف) $\underbrace{a_۳}_{a_۱ \times r^۲} \rightsquigarrow$ عبارت بالا $= a_۱^۵ \times r^{۱۰} = ۳^۵ \rightsquigarrow_{\text{جذر ۵}} \sqrt[۵]{a_۱^۵ \times r^{۱۰} = ۳^۵} = a_۱ \cdot r^۲ = ۳$

ب) $a_۱ \cdot a_۵ = a_۳^۲$

$a_۱ \times a_۲ \times \underset{۳}{\cancel{a_۳}} \times a_۴ \times a_۵ = ۲۴۳ \rightsquigarrow (a_۱ \times a_۵)^۲ = \frac{۸۱}{۹^۲} \rightsquigarrow_{\text{جذر}} a_۱ \times a_۵ = ۹$

$* \; a_۱ \times a_۵ = a_۲ \times a_۴$

۴

$۲^a , ۴\sqrt{۲} , ۲^b \rightsquigarrow * \, b^۲ = ac \rightsquigarrow (۴\sqrt{۲})^۲ = ۲^a \times ۲^b \rightsquigarrow ۳۲ = ۲^{a+b} \rightsquigarrow ۲^۵ = ۲^{a+b} \Rightarrow$

$a + b = ۵$

واسطه حسابی بین a , b $\rightsquigarrow \frac{a+b}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲{,}۵$

۵

$a_۳ = ۱ - x$, $\underbrace{a_۷ = x}_{\text{واسطه ۱۱ و ۳}}$, $a_{۱۱} = x + ۱ \rightsquigarrow (a_۷)^۲ = a_۳ \times a_{۱۱}$

$\frac{۱۱+۳}{۲} = ۷$

$x^۲ = (۱ - x)(x + ۱) \rightsquigarrow x^۲ = ۱ - x^۲$

$۲x^۲ = ۱$

$x^۲ = \frac{۱}{۲} \rightsquigarrow$

$x = \sqrt{\pm \frac{۱}{۲}}$

۶

$$\begin{cases} a_1 + a_4 = 28 \rightsquigarrow a_1 + a_1q^3 = 28 \rightsquigarrow a_1(1+q^3) = 28 \; * \\ a_2 + a_3 = 12 \rightsquigarrow a_1q + a_1q^2 = 12 \rightsquigarrow a_1q(q+1) = 12 \rightsquigarrow \underbrace{a_1(q+1) = \frac{12}{q}}_{} \; \star \end{cases}$$

$$\hookrightarrow a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 40 \rightsquigarrow S_4 = a_1\left(\frac{q^4-1}{q-1}\right) = 40$$

$$a_1\left(\frac{(q^2+1)(q^2-1)}{q-1}\right) \Rightarrow a_1\left(\frac{(q^2+1)\cancel{(q-1)}(q+1)}{\cancel{(q-1)}}\right) = 40 \rightsquigarrow \underbrace{a_1(q+1)}_{\star}(q^2+1) = 40$$

$$\frac{12}{q}(q^2+1) = 40$$

$$\left(\frac{12}{q} + 12q = 40\right) \times q \rightsquigarrow 12 + 12q^2 = 40q \rightsquigarrow (12q^2 - 40q + 12 = 0) \div 4$$

$$3q^2 - 10q + 3 = 0 \xrightarrow[\text{ضرب در ۳}]{\text{روش ضرب و تقسیم}} q^2 - 10q + 9 = 0, \; (q-1)(q-9) = 0 \; \begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ q = \frac{9}{3} = 3 \end{cases}$$

$$\overset{*}{\rightsquigarrow} \begin{cases} \text{if } q = \frac{1}{3} : a_1\left(1 + \frac{1}{27}\right) = 28 \rightsquigarrow a_1 = \dfrac{28}{\frac{28}{27}} = 27 \\ \text{if } q = 3 : a_1(1+27) = 28 \rightsquigarrow a_1 = 1 \end{cases}$$

ج) بزرگترین جمله $q=\frac{1}{3} \to a_1$: $\underline{27}, 9, 3, 1$

بزرگترین جمله $q=3 \to a_4$: $1, 3, 9, \underline{27}$

۷

$$a_1 + \underbrace{a_2}_{a_1 r} + \underbrace{a_3}_{a_1 r^2} = 13 \rightsquigarrow a_1(1 + r + r^2) = 13 \; \star$$

$$a_1 \times \underbrace{a_2}_{a_1 r} \times \underbrace{a_3}_{a_1 r^2} = \underbrace{27}_{3^3} \rightsquigarrow a_1^3 \cdot r^3 = 3^3 \rightsquigarrow \sqrt[3]{a_1^3 \cdot r^3 = 3^3} = \overset{*}{\boxed{a_1 \cdot r = 3}} \rightsquigarrow a_2$$

$$-\left[a_1 = \frac{a_1 r}{r} = \frac{3}{r}\right] \rightsquigarrow \star \; a_1(1+r+r^2) = 13 \rightsquigarrow \times r\left[\frac{3}{r}(1+r+r^2) = 13\right] \rightsquigarrow$$

$$3(1+r+r^2) = 13r \rightsquigarrow 3r^2 - 13r + 3r + 3 = 0 \rightsquigarrow 3r^2 - 10r + 3 = 0 \underset{\text{روش ضرب}}{\rightsquigarrow} r^2 - 10r + 9 = 0, \; (r-1)(r-9) = 0$$

$$\begin{cases} r = \frac{1}{3} \\ r = \frac{9}{3} = 3 \end{cases} \Longrightarrow$$

$$\text{if } r = 3 \to \frac{1}{~}, 3, \frac{9}{~} \qquad \text{if } r = \frac{1}{3} \to \frac{9}{~}, 3, \frac{1}{~}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \\ 1, 3, 9 \to r = 3 \\ 9, 3, 1 \to r = \frac{1}{3} \end{cases}$$

۸

$$a_n = 2, 6, 18, \cdots \rightsquigarrow r = 3 \Rightarrow \frac{6}{2} = 3$$

الف) $S_{10} \Rightarrow S_n = a_1\left(\frac{q^n - 1}{q-1}\right) \rightsquigarrow S_{10} = 2\left(\frac{3^{10}-1}{3-1}\right) = 3^{10} - 1 = 59048$

ب) $(a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_{10}) \rightsquigarrow a_1^n \cdot r^{\frac{n(n-1)}{2}} \rightsquigarrow 2^{10} \times 3^{\frac{10(9)}{2}} \rightsquigarrow \underbrace{2^{10}}_{1024} \times 3^{45} = 1024(3^{45})$

۹

$$b_n = a_{n+1} - a_n = a_1 \underbrace{q^n}_{q^{n+1-1}} - a_1 q^{n-1} = a_1 q^{n-1}(q-1) \rightsquigarrow$$ b_n هندسی است

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\cancel{a_1} q^{n+1-1}\cancel{(q-1)}}{\cancel{a_1} q^{n-1}\cancel{(q-1)}} = \frac{q^n}{q^{n-1}} \quad q^{n-n+1} = q^1 = q$$

۱۰

الف) دنباله حسابی: $a_1, a_1+d, a_1+2d, \cdots, a_1+(n-1)d$

مجموع جملات — معکوس مجموع جملات

$$\begin{cases} S_n = a_1 + a_1 + d + \cdots + a_1 + (n-1)d \\ S_n = a_1 + (n-1)d + a_1 + (n-2)d + \cdots + a_1 \end{cases} +$$

دو عبارت را جمع می‌کنیم

$$2S_n = n(2a_1 + (n-1)d) \rightsquigarrow$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)}$$

ب) دنباله هندسی: $a_1, a_1q, a_1q^2, \cdots, a_1 q^{(n-1)}$

مجموع جملات: $S_n = a_1 + a_1q + a_1q^2 + \cdots + a_1q^{n-1}$

ضرب در q $\hookrightarrow qS_n = a_1q + a_1q^2 + \cdots + a_1q^n$ —

دو عبارت را از هم کم می‌کنیم

$$qS_n - S_n = aq^n - a$$

$$\hookrightarrow S_n(q-1) = a(q^n - 1)$$

$$= \boxed{S_n = a\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)}$$