۱ـ الف را دلخواه حجه گروه A

الف) $(\frac{\sqrt{۲}}{۲} - \frac{\sqrt{۳}}{۲}) \times (\underbrace{\frac{\sqrt{۲}}{۲} - (-\frac{\sqrt{۳}}{۲})}_{مزدوج}) = \frac{۲}{۴} - \frac{۳}{۴} = -\frac{۱}{۴}$

ب) $\frac{۱ + ۳ \times (-\frac{۱}{\sqrt{۳}})^{۲}}{۴ \times (\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ + ۱۲ \times (-\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲} = \frac{۱+۱}{۳+۱} = \frac{۱}{۲}$

۲ـ

الف) $AH = AB \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{\sqrt{۱۲}}{۲} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳} \rightarrow \sqrt{۳}^۲ + HC^۲ = AC^۲$

$۳ + HC^۲ = ۱۲ \Rightarrow ۱۲ - ۳ = HC^۲ \rightarrow ۹ = HC^۲ \rightarrow \boxed{۳ = HC}$

ب) $۹ \times \frac{۲}{\sqrt{۳}} = \frac{۱۸}{\sqrt{۳}}$ = وتر $= AC$ $\qquad \frac{\frac{۱۸}{\sqrt{۳}}}{\sin B} = \frac{۳\sqrt{۶}}{\frac{۱}{۲}} \rightarrow \sin ۳۰$

$\frac{۱۸}{\sqrt{۳}} \times \underbrace{\frac{۱}{۲}}_{\sin ۳۰} = ۳\sqrt{۶} \times \sin B \rightarrow \frac{۹}{\sqrt{۳}} \times \frac{۱}{۳\sqrt{۶}} = \frac{۹^۳}{۳\sqrt{۱۸}} = \frac{۳\sqrt{۱۸}}{\sqrt{۱۸}\times\sqrt{۱۸}} = \frac{\sqrt{۱۸}}{۶}$

$\frac{۳\sqrt{۲}}{۶} \rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \sin ۴۵^\circ$ | یا روش ۲: $۱۸^۲ - ۹^۲ = ۳۲۴ - ۸۱ = ۲۴۳ \rightarrow ۹\sqrt{۳}$

۳ـ

الف) $BD^۲ = AD^۲ - AB^۲ \rightarrow ۱۰۰^۲ - (۵۰\sqrt{۳})^۲ = ۲۵۰۰ \rightarrow ۵۰ = BD$

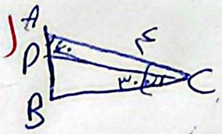
$AD \rightarrow \frac{۵۰\sqrt{۳}}{وتر} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow AD = ۱۰۰$

$DC = CB - DB \rightarrow AC \Rightarrow \frac{۵۰\sqrt{۳}}{وتر} = \frac{۱}{۲}$ $\boxed{وتر \rightarrow ۱۰۰\sqrt{۳}}$

$(۵۰\sqrt{۳})^۲ + BC^۲ = (۱۰۰\sqrt{۳})^۲ \rightarrow ۷۵۰۰ + BC^۲ = ۳۰۰۰۰ \rightarrow BC^۲ = ۲۲۵۰۰ \rightarrow BC = ۱۵۰$

$DC = ۱۵۰ - ۵۰ = ۱۰۰$

ب)



$\frac{AB}{AC} = \frac{۱}{۲} \rightarrow AC = ۴$ ، $AB = ۲$

$۴^۲ - ۲^۲ = ۱۲ \rightarrow BC = \sqrt{۱۲} \rightarrow B\hat{D}C \rightarrow ۱^۲ + (\sqrt{۱۲})^۲ = ۱۳ \rightarrow DC = \sqrt{۱۳}$

$\sin \alpha = \frac{۱}{\sqrt{۱۳}} = \frac{\sqrt{۱۳}}{۱۳}$

۴ـ

قضیه sin ها $\Rightarrow \frac{AB}{\sin ۱۰۵} = \frac{AC}{\sin ۳۰} \rightarrow \frac{۴AB}{\sqrt{۲}+\sqrt{۶}} = ۲AC \rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{\frac{۲AB}{\sqrt{۲}+\sqrt{۶}}} = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲AB} = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲}$

$\sin ۱۰۵ \rightarrow \sin(۴۵+۶۰) = \sin ۴۵ \times \cos ۶۰ + \sin ۶۰ \times \cos ۴۵ = \frac{\sqrt{۲}}{۴} + \frac{\sqrt{۶}}{۴} = \frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۶}}{۴}$

۵ـ

$\frac{S_{AB\hat{E}}}{S_{B\hat{D}C}} = \frac{\frac{۱}{۲}\sin B_۱ \times ۲ \times ۴}{\frac{۱}{۲}\sin B_۲ \times ۳ \times ۶} = \frac{۸}{۱۸} = \frac{۴}{۹} \rightarrow B_۱ = B_۲$ متقابل به رأس هستند

-۶

الف) $3 \times 4 \times \sin 120^\circ = 6\sqrt{3}$

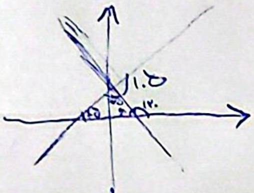
ب) $\frac{1}{\cancel{2}_1} \times 2 \sin 120^\circ \times 3 \times \cancel{2} = \frac{6\sqrt{3}}{\cancel{2}_1} = 3\sqrt{3}$

-۷

شیب $\rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-2}{3-(-1)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\tan\alpha = \frac{1}{2}$, $\underbrace{1 + \cancel{\tan\alpha^2}^{\frac{1}{4}}}_{\frac{5}{4}} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \rightarrow \cos^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

-۸



$2y = 2x + 5$

$\downarrow$

$y = \frac{2x + 5}{2}$

$\rightarrow y = x + \frac{5}{2}$

$\tan\alpha = 1$

$\rightarrow \alpha = 45$

$y = mx + b$

$\rightarrow b = \frac{5}{2}$

$m = \tan 120^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{-1}{2}} = -\sqrt{3}$

$\rightarrow m\,b = \frac{-\sqrt{3} \times 5}{2} = \frac{-5\sqrt{3}}{2}$

-۹

$f(\frac{5\pi}{6}) = \cos(\pi + \frac{5\pi}{6}) + \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{6}) - \tan(\frac{3\pi}{2} + \frac{5\pi}{6})$

$(\cos\frac{5\pi}{6}) + (-\cos\frac{5\pi}{6}) - (\cot\frac{5\pi}{6}) = -(-\sqrt{3}) = \sqrt{3}$

-۱۰

$$\frac{\sin(\frac{\pi}{2} + x) + \cos(\frac{3\pi}{2} - x)}{\cos(\pi + x) - \sin(2\pi - x)} = \frac{+\cos x + (-\sin x)}{-\cos x + \sin x} = -1$$