تکلیف شماره ۲۱ — محمد مهدی زاده / دهم A

Date: ۲۰

س ۱:

$(\underbrace{1!+3!}_{1+6=7}+\underbrace{5!+\dots+25!}_{0})(\underbrace{2!+4!}_{26}+\underbrace{6!+\dots+24!}_{0})$

از !۵ به بعد یکان صفر می‌شود

$26\times7 \longrightarrow$ یکان $= \boxed{2}$

۳

س ۲:

الف) $\sqrt[4]{\frac{1}{4+\sqrt7}(1+\sqrt7)^2} = \sqrt[4]{\frac{4-\sqrt7}{9}\times(8+2\sqrt7)} = \sqrt[4]{\frac{(4-\sqrt7)(4+\sqrt7)2}{9}}$

توزیع:

$\sqrt[4]{\frac{(16-7)2}{9}} = \boxed{\sqrt[4]{2}}$

۳

ب) $\frac{(\sqrt2+\sqrt5)(\sqrt{10}-2)}{\underbrace{\sqrt{10}+2\,(\sqrt{10}-2)}_{6}} = \frac{3\sqrt2}{6} = \frac{\sqrt2}{2}\left(\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5}\right) =$

$\frac{\sqrt{6-2\sqrt5}-\sqrt{6+2\sqrt5}}{2} = \frac{\sqrt{(\sqrt5-1)^2}-\sqrt{(\sqrt5+1)^2}}{2} =$

$\frac{\sqrt5-1-\sqrt5-1}{2} = \boxed{-1}$

س ۳:

الف) $\frac{(2\sqrt2+3\sqrt3)(5+\sqrt6)}{(5-\sqrt6)(5+\sqrt6)} = \frac{10\sqrt2+15\sqrt3+6\sqrt3+9\sqrt2}{19} = \frac{\cancel{19}(\sqrt2+\sqrt3)}{\cancel{19}} = \sqrt2+\sqrt3$

$-2(\sqrt3-1)^{-1} = -\cancel{2}\left(\frac{\sqrt3+1}{\cancel{(\sqrt3-1)(\sqrt3+1)}}\right) = -\sqrt3-1$

$-\sqrt3-1+\sqrt2+\sqrt3 = \boxed{\sqrt2-1}$

۳

ب) $\frac{3\sqrt3-1}{(4+\sqrt3)(4-\sqrt3)}(4-\sqrt3) \Rightarrow \frac{13\sqrt3-13}{13} = \sqrt3-1$

$\frac{1}{2-\sqrt3\,(2+\sqrt3)}\times(2+\sqrt3) = 2+\sqrt3$

$\boxed{2\sqrt3+1}$

سوال ۴:

۲

الف) $\left(\sqrt{(1+\sqrt3)(\sqrt3+\sqrt2)}+\sqrt{(\sqrt3-1)(\sqrt3+\sqrt2)}\right)$

$(\sqrt{\sqrt3-\sqrt2})(\sqrt{\sqrt3+\sqrt2}) = 1$

$$\left(\sqrt{\underbrace{(3+\sqrt6)}_{a}+\underbrace{(\sqrt3+\sqrt2)}_{b}}+\sqrt{\underbrace{(3+\sqrt6)}_{a}-\underbrace{(\sqrt3+\sqrt2)}_{b}}\right)^2=\left(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}\right)^2=2a+2\sqrt{a^2-b^2}$$

به توان ۲ می‌رسانیم

$$2\underbrace{(3+\sqrt6)}_{a}+2\sqrt{\underbrace{(3+\sqrt6)^2-(\sqrt3+\sqrt2)^2}_{a^2-b^2}}$$

$6+2\sqrt6$ $\qquad 10+4\sqrt6 = \sqrt{(\sqrt6+2)^2} = 2\sqrt6+4$

$$10+4\sqrt6 \Rightarrow \sqrt{\underbrace{10+4\sqrt6}_{(\sqrt6+2)^2}} = \sqrt6+2 \Rightarrow \sqrt6+2-2=\boxed{\sqrt6}$$

ب) $\sqrt[12]{2^9}\times\sqrt[4]{81\times2}\times\sqrt[12]{2^{13}}=\sqrt[12]{2^{24}\times3^{12}}=2^2\times3=\boxed{12}$

$\sqrt[12]{3^{12}\times2^3}$

سوال ۵: $\Rightarrow a=1,\ q=3 \Rightarrow S=\left(\frac{3^6-1}{2}\right)=364$

۲

$$\frac{3^n\left(1+3+3^2+3^3+3^4+3^5\right)}{2^n\left(\frac14+\frac12+1+2+4+8\right)}=52$$

$a=\frac14,\ q=2 \quad S=\frac14\left(\frac{2^6-1}{1}\right)=\frac{63}{4}$

$$\Rightarrow \frac{3^n}{2^n}=\frac{225}{100}=\frac94 \Rightarrow \boxed{n=2}$$

سوال ۶:

۲

$$\left((a+b)^2\right)^2\left((a-b)^2\right)^2=(a^2-b^2)^4$$

$\sqrt{\sqrt6-2}=a,\ b=\sqrt{\sqrt6+2} \Rightarrow (a^2-b^2)^2=(\sqrt6-2)+(\sqrt6+2)-2\sqrt{(\sqrt6-2)(\sqrt6+2)}$

$$\underbrace{(2\sqrt6-2\sqrt2)^2}_{(a^2-b^2)^4}=32-16\sqrt3=16(2-\sqrt3)$$

$\boxed{t=16}$

SA SU MO TU WE TH FR

Subj:

Date:

$a = \sqrt[۴]{۷ - ۴\sqrt{۳}}$:۷ س

۳

$(a+\frac{1}{a}+(\sqrt{۲})^۲)(a+\frac{1}{a}-(\sqrt{۲})^۲) = ((a^۲+\frac{1}{a^۲}+۲)-۲)^۲ =$

$\frac{1}{a^۴}+a^۴+۲ = \frac{1}{۷-۴\sqrt{۳}} + ۷-۴\sqrt{۳}+۲ = ۷+۴\sqrt{۳}+۷-۴\sqrt{۳}+۲ = \boxed{۱۶}$

$۲^t = ۱۶ \Rightarrow \boxed{t=۴}$

:۸ س

۳

$A = \sqrt[۵]{۴\sqrt[۳]{۱۶}} = \sqrt[۱۵]{۲^{۱۰}} = \sqrt[۳]{۴}$

$(\frac{1}{۲})^{-\frac{۴}{۳}} = (۲)^{\frac{۴}{۳}} = \sqrt[۳]{۲^۴}$

$X = \sqrt[۳]{۲^۴} = ۲^۲ = ۴ = A$

$(۲A)^{-\frac{1}{۴}} = (\frac{1}{۸})^{\frac{۴}{۳}} = \sqrt[۳]{\frac{1}{۸}} = \boxed{\frac{1}{۲}}$

$a^{\frac{1}{۷}} = ۲۷ \times a^{\frac{۱۵}{۷}} \Rightarrow a^{\frac{۱-۱۵}{۷}} = ۲۷ \Rightarrow \frac{1}{a^۲} = ۲۷ \to \frac{1}{a} = \sqrt{۲۷}$:۹ س

$\Rightarrow a^{-۲} \to ۳(\sqrt{۳}-۱)$

۳

$\frac{1}{a} - ۳ = ۳\sqrt{۳}-۳ \to \frac{(۳\sqrt{۳}-۳)(\sqrt{۳}-۱)}{(\sqrt{۳}+۱)(\sqrt{۳}-۱)} = \frac{۳(\sqrt{۳}-۱)^۲}{۲} =$

$۳(\sqrt{۳}-۱)^۲ = (۴-۲\sqrt{۳})۳ = ۱۲-۶\sqrt{۳} \Rightarrow \frac{۲(۶-۳\sqrt{۳})}{۲}$ $\boxed{= ۶-۳\sqrt{۳} \text{ جواب}}$

$\sqrt{x+a} = u$, $\sqrt{x-۴} = v$; $u^۲ - v^۲ = (u+v)(u-v)$:۱۰ س

$\underbrace{x+a-(x-۴)}_{a+۴} = (\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴})\underbrace{(\sqrt{x+a}-\sqrt{x-۴})}_{۲}$

۳

$\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴} = \frac{a+۴}{۲} = \frac{a}{۲}+۲ \Rightarrow \frac{a}{۲}+۲-۲ = \boxed{\frac{a}{۲}}$

ARSH