Date: Sub: ۱۷/۷۵

زهرا دهقانی — گروه دهم دخترانه A — تکلیف شماره ۲۱

۱

$$\underbrace{(1!+3!+5!+\dots+25!)}_{1+6=7}\underbrace{(2!+4!+6!+\dots 26!)}_{4+2=6}$$

$1! = 1$ — $2! = 2$

$3! = 6$ — $4! = 24$

$5! = 120$ — $6! = 720$

$7! = 5040$ — $8! = 40320$

از ۵! به بعد بخاطر وجود ۵ و ۲ یکان صفر می‌شود

۳

$7 \times 6 = 42$ ← رقم یکان ۲

۲

الف) $\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-2}}\;\sqrt{1+\sqrt{7}}$

۳

$$=(4+\sqrt{7})^{-\frac{1}{4}} \times (1+\sqrt{7})^{\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{(1+\sqrt{7})^{\frac{1}{2}}}{(4+\sqrt{7})^{\frac{1}{4}}}=\frac{(1+\sqrt{7})^{\frac{2}{4}}}{(4+\sqrt{7})^{\frac{1}{4}}}=\left(\frac{(1+\sqrt{7})^{2}}{(4+\sqrt{7})}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$(1+\sqrt{7})^2 = 1+7+2\sqrt{7} = 8+2\sqrt{7}$$
$$= 2(4+\sqrt{7})$$

$$\left(\frac{2\cancel{(4+\sqrt{7})}}{\cancel{(4+\sqrt{7})}}\right)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$$

Date: Sub:

۲ ب) $\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+2}\right)\left(\underbrace{\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}}\right)$

به توان ۲ می رسانیم

$$(3-\sqrt{5})+(3+\sqrt{5})-2\sqrt{\underbrace{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}_{\text{مزدوج}}}$$

$$6-2\sqrt{9-5}=6-2\sqrt{4}=2$$

به توان ۲ رسانده بودیم، پس حالا جذر می گیریم

$$\Rightarrow \pm\sqrt{2} \to +\sqrt{2}\ \times$$

$$\to -\sqrt{2}\ \checkmark$$

چون $\sqrt{3-\sqrt{5}}<\sqrt{3+\sqrt{5}}$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+2}\times(-\sqrt{2})=\frac{-\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{5})}{\sqrt{10}+2}$$

$$=\frac{-\cancel{(2+\sqrt{10})}}{\cancel{(2+\sqrt{10})}}=\boxed{-1}$$

Scanned with CamScanner

Date: Sub:

۳

الف) $\dfrac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}} - 2\left(\cancel{\sqrt[4]{9}}^{\,\sqrt{3}} - 1\right)^{-1}$

$$\frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{5-\sqrt{6}} \times \frac{5+\sqrt{6}}{5+\sqrt{6}} = \frac{19\sqrt{2}+19\sqrt{3}}{25-6}$$

گویا می‌کنیم مخرج را

$$= \frac{\cancel{19}(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{\cancel{19}} = \sqrt{2}+\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{2\sqrt{3}+2}{3-1} = \frac{\cancel{2}(\sqrt{3}+1)}{\cancel{2}} = \sqrt{3}+1$$

گویا می‌کنیم مخرج را

$$\Longrightarrow (\sqrt{2}+\sqrt{3}) - (\sqrt{3}+1) = \boxed{\sqrt{2}-1}$$

Date: Sub:

ب) $\frac{\sqrt{۲۷}-۱}{٤+\sqrt{۳}}+(۲-\sqrt{۳})^{-۱}$ ۳

$\frac{۱}{۲-\sqrt{۳}}\times\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}}=\frac{۲+\sqrt{۳}}{٤-۳}=۲+\sqrt{۳}$

مخرج را گویا می‌کنیم

$\frac{۳\sqrt{۳}-۱}{٤+\sqrt{۳}}\times\frac{٤-\sqrt{۳}}{٤-\sqrt{۳}}=\frac{۱۳\sqrt{۳}-۱۳}{۱۶-۳}=\frac{\cancel{۱۳}(\sqrt{۳}-۱)}{\cancel{۱۳}}$

$=\sqrt{۳}-۱$

مخرج را گویا می‌کنیم

$\Longrightarrow(\sqrt{۳}-۱)+(۲+\sqrt{۳})=\boxed{۲\sqrt{۳}+۱}$

۴)

الف) $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$ ـ ۲

صورت ← $(1+\sqrt{3}) + (\sqrt{3}-1) + 2\sqrt{\underbrace{(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)}_{\text{مزدوج}}}$

به توان ۲ می رسانیم

$\Longrightarrow 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} \longrightarrow \sqrt{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}$

آن موقع به توان ۲ رسانده بودیم پس حالا جذر می گیریم

$\longrightarrow \frac{\sqrt{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$

مخرج را گویا می کنیم

$\frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{3-2}$

$= \frac{2(5+2\sqrt{6})}{1} = 10 + 4\sqrt{6}$

ادامه ۶

$$\underbrace{\sqrt{10+4\sqrt{6}}}_{(\sqrt{6}+2)^2} \Rightarrow \sqrt[\cancel{2}]{(\sqrt{6}+2)^{\cancel{2}}} = |\sqrt{6}+2| = \sqrt{6}+2$$

تبدیل به مربع ۲ جمله ای کردیم

۲

$$\xrightarrow{\text{کل عبارت}} (\sqrt{6}+2)-2 = \boxed{\sqrt{6}}$$

PITICO

Date: Sub:

٤

$$\text{ب)}\ \sqrt[٤]{\sqrt[٣]{٢^{٨}}} \times \sqrt[٤]{١٦٢} \times \sqrt{٤\sqrt[٦]{٢}}$$

$$\sqrt[١٢]{٢^{٨}} \times \sqrt[٤]{٢ \times ٣^{٤}} \times \sqrt[١٢]{٢^{١٣}}$$

$$= ٢^{\frac{٨}{١٢}} \times ٢^{\frac{١}{٤}} \times ٣^{\frac{٤}{٤}} \times ٢^{\frac{١٣}{١٢}}$$

$$= ٢^{\frac{٨}{١٢} + \frac{١}{٤} + \frac{١٣}{١٢}} \times ٣^{١}$$

$$= ٢^{\frac{٢٤}{١٢}} \times ٣ = ٢^{٢} \times ٣ = ٤ \times ٣ = \boxed{١٢}$$

Date: Sub:

$$\frac{۳^{x}+۳^{x+۱}+۳^{x+۲}+۳^{x+۳}+۳^{x+۴}+۳^{x+۵}}{۲^{x-۲}+۲^{x-۱}+۲^{x}+۲^{x+۱}+۲^{x+۲}+۲^{x+۳}}=۵۲$$ ۵

۳

$$\frac{۳^{x}\overbrace{\cancel{(۱+۳+۹+۲۷+۸۱+۲۴۳)}}^{۳۶۴}}{۲^{x}\underbrace{\cancel{\left(\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}+۱+۲+۴+۸\right)}}_{\frac{۶۳}{۴}}}$$

$$=\frac{۳^{x}\times ۳۶۴}{\frac{۲^{x}\times ۶۳}{۴}}=\frac{۳^{x}\times ۳۶۴\times ۴}{۲^{x}\times ۶۳}=\frac{۳^{x}\times ۲۰۸}{۲^{x}\times ۹}=\frac{۳^{x}\times ۲^{۴}\times ۱۳}{۲^{x}\times ۳^{۲}}$$

$$\frac{۳^{x}\times ۲^{۴}\times ۱۳}{۲^{x}\times ۳^{۲}}=۱۳\times ۲^{۲}\rightarrow ۲^{x}\times ۳^{۲}\times\cancel{۱۳}\times\cancel{۲^{۲}}=۳^{x}\times\cancel{۲^{۴}}^{\,۲^{۲}}\times\cancel{۱۳}$$

$$۲^{x}\times ۳^{۲}=۳^{x}\times ۲^{۲}\Longrightarrow \begin{cases} ۳^{۲}=۳^{x}\rightarrow x=۲\\ ۲^{۲}=۲^{x}\rightarrow x=۲\end{cases}$$

$$\boxed{x=۲}$$

$$\because (a^2+b^2-2ab)^2(a^2+b^2+2ab)^2 = f(2-\sqrt{2})$$ ۶

$$(a^2+b^2-2ab)^2(a^2+b^2+2ab)^2$$
$$=\left((a^2+b^2-2ab)(a^2+b^2+2ab)\right)^2=(a^2-b^2)^4$$

$$a^2-b^2=\sqrt{\sqrt{6}-2}-\sqrt{\sqrt{6}+2}=-\left(\sqrt{\sqrt{6}+2}-\sqrt{\sqrt{6}-2}\right)$$

$$(a^2-b^2)^4=\left(\underbrace{\sqrt{\sqrt{6}+2}-\sqrt{\sqrt{6}-2}}\right)^4$$

$$\frac{\left(\sqrt{\sqrt{6}+2}-\sqrt{\sqrt{6}-2}\right)\left(\sqrt{\sqrt{6}+2}+\sqrt{\sqrt{6}-2}\right)}{\sqrt{\sqrt{6}+2}+\sqrt{\sqrt{6}-2}}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{\sqrt{6}+2}\right)^2-\left(\sqrt{\sqrt{6}-2}\right)^2}{\sqrt{\sqrt{6}+2}+\sqrt{\sqrt{6}-2}}=\frac{(\sqrt{6}+2)-(\sqrt{6}-2)}{\sqrt{\sqrt{6}+2}+\sqrt{\sqrt{6}-2}}$$

$$=\frac{4}{\sqrt{\sqrt{6}+2}+\sqrt{\sqrt{6}-2}}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان } 4}\left(\frac{4}{\sqrt{\sqrt{6}+2}+\sqrt{\sqrt{6}-2}}\right)^4=\frac{256}{\left(\underbrace{\sqrt{\sqrt{6}+2}+\sqrt{\sqrt{6}-2}}\right)^4}$$

$$\left(\sqrt{\sqrt{6}+2}+\sqrt{\sqrt{6}-2}\right)^2=(\sqrt{6}+2)+(\sqrt{6}-2)+2\sqrt{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)}$$
$$=2\sqrt{6}+2\sqrt{6-4}=2\sqrt{6}+2\sqrt{2}=2(\sqrt{6}+\sqrt{2})$$ مجذور

$$\longrightarrow (a^{۲}-b^{۲})^{۴} = \frac{۲۵۶}{۱۶(\sqrt{۶}+\sqrt{۲})^{۴}} = \frac{۱۶}{(\sqrt{۶}+\sqrt{۲})^{۴}}$$ ۶ ادامه

$$f = \frac{(a^{۲}-b^{۲})^{۴}}{۲-\sqrt{۳}} = \frac{\frac{۱۶}{(\sqrt{۶}+\sqrt{۲})^{۴}}}{۲-\sqrt{۳}} = \frac{۱۶}{(۲-\sqrt{۳})(\sqrt{۶}+\sqrt{۲})^{۴}}$$

$$\longrightarrow \cancel{\boxed{f = \frac{۱۶}{(۲-\sqrt{۳})(\sqrt{۶}+\sqrt{۲})^{۴}}}}$$

Date: Sub:

$(a+\frac{1}{a}+\sqrt{2})^2(a+\frac{1}{a}-\sqrt{2})^2$

$(x+\sqrt{2})^2(x-\sqrt{2})^2=(x^2-2)^2$ 7

$7-4\sqrt{3}=(2-\sqrt{3})^2 \rightarrow a^2=2-\sqrt{3}$ (4)

$\frac{1}{a^2}=2+\sqrt{3}$

$(a+\frac{1}{a})^2=a^2+\frac{1}{a^2}+2=(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})+2$

$=6$

$(x^2-2)^2=(6-2)^2=4^2=16$

$16=2^t \longrightarrow \boxed{t=4}$

8

$\sqrt[3]{16}=16^{\frac{1}{3}}=(2^4)^{\frac{1}{3}}=2^{\frac{4}{3}}$ (2)

$4\sqrt[3]{16}=2^2\times 2^{\frac{4}{3}}=2^{\frac{10}{3}}$

$\sqrt[5]{2^{\frac{10}{3}}}=(2^{\frac{10}{3}})^{\frac{1}{5}}=2^{\frac{2}{3}}$

$(\frac{1}{2})^{-\frac{4}{3}}=2^{\frac{4}{3}}$ $\quad A=2^{\frac{2}{3}}\times 2^{\frac{4}{3}}=2^2$

$A=4$

$(2A)^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow 2A=8=2^3$

$(2A)^{-\frac{1}{3}}=(2^3)^{-\frac{1}{3}}=\boxed{2^{-1}=\frac{1}{2}}$

PITICO

$$\sqrt[7]{a} = 27a^{\frac{15}{7}}$$

$$a^{\frac{1}{7}} = 27a^{\frac{15}{7}} \to a^{-\frac{14}{7}} = 27 \to a^{-2} = 27$$

$$a^{2} = \frac{1}{\sqrt{27}} \to a = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

۹۷۵

$$\frac{1}{a} - 3 = 3\sqrt{3} - 3 = 3(\underbrace{\sqrt{3} - 1}_{\frac{2}{\sqrt{3}+1}})$$

$$3 \times \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{6}{\sqrt{3}+1}$$

$$\cancel{\frac{\frac{1}{a} - 3}{1+\sqrt{3}} = \frac{\frac{6}{\sqrt{3}+1}}{\frac{\sqrt{3}+1}{1}}} = \boxed{6}$$

۴ ۱۵

$$k = \sqrt{x+a} \qquad l = \sqrt{x-4}$$

$$k - l = 2$$

$$k^2 - l^2 = (x+a) - (x-4) = a+4$$

$$k^2 - l^2 = (k-l)(k+l)$$

س

$$2(k+l) = a+4 \Rightarrow k+l = \frac{a+4}{2}$$

$$k+l-2 = \frac{a+4}{2} - 2 = \boxed{\frac{a}{2}}$$ جواب

PITICO