نام: سنا فاضلی

تکلیف: ۲۱

دهم دختر A

۱۷٫۷۵

-۱ ۲

$$\Big(\overbrace{1!+3!}^{1+6}+\underbrace{5!+\cdots}_{\text{رقم یکان } 0}\Big)\Big(\overbrace{2!+4!}^{2+4}+\underbrace{\cdots}_{\text{رقم یکان } 0}\Big) = 7\times6 = 42 \longrightarrow$$ رقم یکان ← ۲

-۲ ۲

الف)
$$\sqrt[4]{(4+\sqrt7)^{-1}(1+\sqrt7)^2} = \sqrt[4]{\frac{8+2\sqrt7}{4+\sqrt7}} = \sqrt[4]{\frac{2(4+\sqrt7)}{(4+\sqrt7)}} = \sqrt[4]{2}$$

ب)
$$\left(\frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt{10}+2}\right) = \frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt2(\sqrt5+\sqrt2)} = \frac{1}{\sqrt2}$$

$$\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5} = \sqrt{\frac{(1-\sqrt5)^2}{2}}-\sqrt{\frac{(1+\sqrt5)^2}{2}} = \frac{\sqrt[2]{(1-\sqrt5)^2}}{\sqrt2}-\frac{\sqrt[2]{(1+\sqrt5)^2}}{\sqrt2} = \frac{\sqrt5-1}{\sqrt2}-\frac{1+\sqrt5}{\sqrt2} = \frac{-2}{\sqrt2}$$

$$\frac{1}{\sqrt2}\times\frac{-2}{\sqrt2} = \frac{-2}{2} = -1$$

-۳ ۲

الف)
$$\underbrace{\frac{\sqrt8+\sqrt{27}}{5-\sqrt6}}_{A}-\underbrace{\frac{2}{\sqrt3-1}}_{B}$$

$$A = \frac{\sqrt8+\sqrt{27}}{5-\sqrt6}\times\frac{5+\sqrt6}{5+\sqrt6} = \frac{5\sqrt8+5\sqrt{27}+\sqrt{48}+\sqrt{162}}{25-6} = \frac{10\sqrt2+15\sqrt3+4\sqrt3+9\sqrt2}{19} = \sqrt3+\sqrt2$$

$$B = \frac{2}{\sqrt3-1}\times\frac{\sqrt3+1}{\sqrt3+1} = \sqrt3+1$$

$$A-B = \sqrt2-1$$

ب)
$$\underbrace{\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt3}}_{A}-\underbrace{\frac{1}{2-\sqrt3}}_{B}$$

$$A = \frac{3\sqrt3-1}{4+\sqrt3}\times\frac{4-\sqrt3}{4-\sqrt3} = \frac{12\sqrt3-4-9+\sqrt3}{13} = \sqrt3-1$$

$$B = \frac{1}{2-\sqrt3}\times\frac{2+\sqrt3}{2+\sqrt3} = 2+\sqrt3$$

$$A-B = 1+2\sqrt3$$

-۴ ۲

الف)
$$A = \sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1} \qquad A^2 = (\sqrt{1+\sqrt3})^2+(\sqrt{\sqrt3-1})^2+2\,(1+\sqrt3)(\sqrt3-1) = 2\sqrt3+2\sqrt2$$

$$A = \sqrt{2\sqrt3+2\sqrt2}$$

مخرج $\to B = \sqrt{\sqrt3-\sqrt2}$
$$\frac{A}{B} = \sqrt{\frac{2\sqrt3+2\sqrt2}{\sqrt3-\sqrt2}} \xrightarrow{\text{گویا کردن}} \sqrt{\frac{2\sqrt3+2\sqrt2}{\sqrt3-\sqrt2}\times\frac{\sqrt3+\sqrt2}{\sqrt3+\sqrt2}} = \sqrt{\frac{10+4\sqrt6}{1}} = \sqrt{(2+\sqrt6)^2} = 2+\sqrt6$$

عبارت $= 2+\sqrt6-2 = \boxed{\sqrt6}$

ب)
$$\sqrt[12]{2^8}\times\underbrace{\sqrt[4]{81\times2}}_{3\sqrt[4]{2}}\times\underbrace{\sqrt[12]{2^{12}\times2}}_{2\sqrt[12]{2}} = \underbrace{\sqrt[12]{2^{21}}}_{\sqrt[4]{2^7}}\times3\sqrt[4]{2} = 3\sqrt[4]{2^8} = 3\times4 = 12$$

-۵ ۲

$$\frac{3^x(1+3^1+\cancel{3^2+3^3+3^4+3^5})^{\cancel{364}}}{2^{x-2}\underbrace{(\cancel{1+2+2^2+2^3+2^4+2^5})}_{63}} = 52 \longrightarrow \frac{3^x}{2^{x-2}}\times364 = 63\times52 \longrightarrow \frac{3^x}{2^{x-2}} = 9$$

اگر $x=2$ $\longrightarrow$
باشد جواب درست در می آید

$(a-b)^{۴} \times (a+b)^{۴} = (a^{۲}-b^{۲})^{۴}$ ۳ -۶

$\left(\sqrt{\sqrt{۶}+۲} - \sqrt{\sqrt{۶}-۲}\right)^{۴} = (\sqrt{۶}+۲+\sqrt{۶}-۲-۲\sqrt{۲})^{۲} = (۲\sqrt{۶}-۲\sqrt{۲})^{۲} = ۴(۶+۲-۴\sqrt{۳}) = ۸(۴-۲\sqrt{۳}) =$

$۱۶(۲-\sqrt{۳}) \longrightarrow t = ۱۶$

$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} \quad ((a+\frac{۱}{a})^{۲}-۲)^{۲} = (a^{۲}+\frac{۱}{a^{۲}}+\cancel{۲-۲})^{۲} = a^{۴}+\frac{۱}{a^{۴}}+۲$ ۱،۵ -۷

$= ۷-۴\sqrt{۳}+\frac{۱}{۷-۴\sqrt{۳}}+۲ = ۹-۴\sqrt{۳}+\frac{۷+۴\sqrt{۳}}{۴۹-۴۸} = ۱۶$

$t=۴$

$A = \sqrt[۵]{۴\sqrt[۳]{۱۶}}\,(\frac{۱}{۲})^{-\frac{۴}{۳}} = \sqrt[۵]{۲^{۲}\times۲^{\frac{۴}{۳}}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}} = \sqrt[۵]{۲^{\frac{۱۰}{۳}}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}} = ۲^{\frac{۲}{۳}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}} = ۲^{۲}$ ۵ -۸

$(۲A)^{-\frac{۱}{۳}} = ۸^{-\frac{۱}{۳}} = ۰٫۵$

$\sqrt[۷]{a} = ۲۷ \times a^{\frac{۱۵}{۷}} \xrightarrow{\div \sqrt[۷]{a}} ۱ = ۲۷ \times \frac{a^{\frac{۱۵}{۷}}}{a^{\frac{۱}{۷}}} \Rightarrow ۱ = ۲۷\,a^{۲} \to a^{۲} = \frac{۱}{۲۷} \to a = \frac{۱}{۳\sqrt{۳}}$ -۹

$\frac{(\frac{۱}{a}-۳)}{(۱+\sqrt{۳})} = \frac{۳\sqrt{۳}-۳}{۱+\sqrt{۳}} \times \frac{۱-\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}} = \frac{۳\sqrt{۳}-۹-۳+۳\sqrt{۳}}{۱-۳} = \frac{۶\sqrt{۳}-۱۲}{-۲} = -۳\sqrt{۳}+۶$ ۲

$\underbrace{\sqrt{x+a}}_{M} - \underbrace{\sqrt{x-۴}}_{N} = ۲$ ۵ -۱۰

$\sqrt{x+a} + \sqrt{x-۴} - ۲ = ?$

$M+N-(M-N) = ۲N = ۲(\sqrt{x-۴})$

$M-N=۲$