۱۴۰۳/۰۲/۱۰ ب

Subject: Date:

کوثر عابدینی جلسه ۲۱

۲۰

(۱) $\underbrace{1! = 1 \quad 3! = 6}_{7} \quad \underbrace{2! = 2 \quad 4! = 24}_{6} \Rightarrow 7\times 6 = \boxed{42}$

---

(۲) الف) $\sqrt[4]{(4+\sqrt7)^{-1}(1+\sqrt7)^2} = \sqrt[4]{\frac{2(4+\sqrt7)}{4+\sqrt7}} = \boxed{\sqrt[4]{2}}$

ب) $\left(\frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt{10}+2}\times\frac{\sqrt{20}-2}{\sqrt{10}-2}\right)\left(\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5}\times\frac{\sqrt2}{2}\right)$

$= \frac{\sqrt{6-2\sqrt5}-\sqrt{6+2\sqrt5}}{2} = \frac{\sqrt5-1-\sqrt5-1}{2} = -1$

---

(۳) الف) $\frac{2\sqrt2+3\sqrt3}{5-\sqrt6}\times\frac{5+\sqrt6}{5+\sqrt6} = \frac{\cancel{19}(\sqrt2+\sqrt3)}{\cancel{19}} = \sqrt2+\sqrt3$

$-2\left(\frac{1}{\sqrt3-1}\right)\times\frac{\sqrt3+1}{\sqrt3+1} = -2\,\frac{\sqrt3+1}{2} = -(\sqrt3+1)$

$\Rightarrow \sqrt2+\sqrt3-\sqrt3-1 = \boxed{\sqrt2-1}$

ب) $\frac{3\sqrt3-1}{4+\sqrt3}+(2-\sqrt3)^{-1} = \frac{3\sqrt3-1}{4+\sqrt3}\times\frac{4-\sqrt3}{4-\sqrt3}+\frac{1}{2-\sqrt3}\times\frac{2+\sqrt3}{2+\sqrt3}$

$= \sqrt3-1+2+\sqrt3 = \boxed{2\sqrt3+1}$

---

(۴) الف) $\frac{\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1}}{\sqrt{\sqrt3-\cancel{\sqrt2}}}\times\frac{\sqrt{\sqrt3+\sqrt2}}{\sqrt{\sqrt3+\sqrt2}} = (\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1})\sqrt{\sqrt3+\sqrt2}$

$= \sqrt{\left((\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1})(\sqrt{\sqrt3+\sqrt2})\right)^2} = \sqrt{(2\sqrt3-2\sqrt2)(\sqrt3-\sqrt2)} = \sqrt{(\sqrt3-2)^2}$

$\sqrt6-2\ \underset{\text{غلط}}{-2} = \boxed{\sqrt6-4}$

Subject: $\sqrt[۳]{۳۲}$ Date: کوثر شعاع و بنی

Sa Su Mo Tu We Th Fr

ب) $\cancel{(۲^{\frac{۸}{۳}})^{\frac{۱}{۴}}} \times ۳\sqrt[۴]{۲} \times ۲\sqrt[۱۲]{۲} = \sqrt[۱۲]{۲^۸} \times \sqrt[۱۲]{۲^۳} \times ۲\sqrt[۱۲]{۲} = ۲\sqrt[۱۲]{۲^{۱۲}} = \boxed{۴}$

---

۵) $$\frac{۳^x(۱+۳+۳^۲+۳^۳+۳^۴+۳^۵)}{۲^{x-۲}(۱+۲+۲^۲+۲^۳+۲^۴+۲^۵)} = ۵۲$$

$$\frac{۳^x \times ۳۶۴}{۲^{x-۲}\times ۶۳} = ۵۲ \Rightarrow \frac{۳^x}{۲^{x-۲}} = \frac{۵۲\times ۶۳}{۳۶۴} \Rightarrow \frac{۳^x}{۲^{x-۲}} = \frac{۳^۲}{۲^۰}$$

$\Rightarrow \boxed{x=۲}$

---

۶) $(a-b)^۲(a+b)^۲ = t(۲-\sqrt{۳}) \Rightarrow (a^۲-b^۲)^۲ = t(۲-\sqrt{۳})$

$\Rightarrow \sqrt{۶} - ۲ + \sqrt{۹} + ۲ - ۲\sqrt{۳} \Rightarrow ۲(\sqrt{۶}-\sqrt{۲}) = t(۲-\sqrt{۳})$

$\Rightarrow t = \frac{۲(\sqrt{۶}-\sqrt{۲})}{۲-\sqrt{۳}} \times \frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}} = ۲(\sqrt{۶}-\sqrt{۲})(۲+\sqrt{۳}) = ۶\sqrt{۶}+۱۰\sqrt{۲}$

---

۷) $[(a+\frac{۱}{a}+\sqrt{۲})\times(a+\frac{۱}{a}-\sqrt{۲})]^۲ = (A^۲-B^۲)^۲ = ((a+\frac{۱}{a})^۲-(\sqrt{۲})^۲)^۲$

$۷-۴\sqrt{۳}+۲+\frac{۱}{۷-۴\sqrt{۳}}$ $\qquad \frac{۱}{۷-۴\sqrt{۳}} \times \frac{۷+۴\sqrt{۳}}{۷+۴\sqrt{۳}} = \frac{۷+۴\sqrt{۳}}{۴۹-۴۸}$

$= a^۴+۲+\frac{۱}{a^۴} = ۲^t \Rightarrow ۹-۴\sqrt{۳}+\frac{۱}{۷-۴\sqrt{۳}} = ۲^t$

$= ۹-\cancel{۴\sqrt{۳}}+۷+\cancel{۴\sqrt{۳}} = \boxed{۱۶}$

$= ۱۶ = ۲^t \Rightarrow ۲^۴ = ۲^t \Rightarrow \boxed{t=۴}$

کوثر عابدینی

(۸) $A = ۴^{\frac{۱}{۵}} \times ۲^{\frac{\frac{٤}{۳}}{۵}} \times ۲^{\frac{٤}{۳}} = ۲^{\frac{۲}{۵}} \times ۲^{\frac{٤}{۱۵}} \times ۲^{\frac{٤}{۳}} = ۲^{\frac{۳۰}{۱۵}} = ۲^{۲} = \boxed{٤}$

$(۲A)^{-\frac{۱}{۳}} = (۲ \times ٤)^{-\frac{۱}{۳}} = (\frac{۱}{۸})^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow \sqrt[۳]{\frac{۱}{۸}} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$

---

(۹) $\sqrt[۷]{a} = ۲۷ \times a^{\frac{۱۵}{۷}} \Rightarrow \frac{a^{\frac{۱۵}{۷}}}{a^{\frac{۱}{۷}}} = \frac{۱}{۲۷} \Rightarrow \frac{۱}{۲۷} = a^{\frac{۱٤}{۷}}$

$\Rightarrow a^{۲} = \frac{۱}{۲۷} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{۱}{۲۷}} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{۳}}{۹}$ ✓

$\Rightarrow \frac{۱}{a} - ۳ = \frac{۹}{\sqrt{۳}} - ۳ = ۳\sqrt{۳} - ۳$

$\Rightarrow \frac{۳(\sqrt{۳}-۱)}{\sqrt{۳}+۱} \times \frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۳}-۱} = ۶ - ۳\sqrt{۳}$

---

(۱۰) $A - B = ۲ \Rightarrow A^{۲} - B^{۲} = (x+a) - (x-٤)$

$A \to \sqrt{x+a}$, $B \to \sqrt{x-٤}$

$A^{۲} - B^{۲} = x + a - x + ٤$

$A^{۲} - B^{۲} = a + ٤$

$\Rightarrow (A-B)(A+B) = a + ٤ \Rightarrow ۲(A+B) = a + ٤ \Rightarrow A + B = \frac{a+٤}{۲}$

$\underbrace{\sqrt{x+a} + \sqrt{x-٤}}_{A+B} - ۲$

$\Rightarrow \frac{a+٤}{۲} - \frac{٤}{۲} = \boxed{\frac{a}{۲}}$