

۱۹, ۵

۱۴۴, ۱۱, ۹

«بنام خدا»

برای کل محلی

۱) رقم یکان عدد (۲۹۱ + ۹۱ + ۴۱ + ۲۱) (۲۵۱ + ۵۱ + ۳۱ + ۱۱) باید ۲ باشد
 ↓ ↓ رقم های یکان صفر ۲ ۴ ۱ ۶ رقم های صفر ۱ ۶
 $7 \times 6 = 42$

۲) حاصل عبارت های زیر را بیابید.

الف) $\sqrt[4]{(1+\sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1+\sqrt{7}} = \sqrt[4]{\frac{1}{(1+\sqrt{7})^2}} \sqrt{1+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{(1+\sqrt{7})^2}} \sqrt{1+\sqrt{7}} = \boxed{\sqrt[4]{2}}$ (۵)

ب) $\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{1}+2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{1}+2}\right) = \frac{1}{12} A = \frac{1}{\sqrt{3}} \times -\sqrt{2} = \boxed{-1}$

حقیقی است چون $\sqrt{2} > \sqrt{5}$ $A^2 = 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{4} = 2 \rightarrow A = -\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{2} > \sqrt{5}$

۳) حاصل عبارت های زیر را بیابید.

الف) $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}} - 2(\sqrt{3}-1)^{-1} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(5-\sqrt{6})}{5-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} =$

$\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1 = \boxed{\sqrt{2}-1}$

ب) $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1} = \frac{(\sqrt{3}-1)(4+\sqrt{3})}{4+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \boxed{1+2\sqrt{3}}$

۴) حاصل عبارت های زیر را بیابید.

الف) $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-2}} - 2 = \frac{\sqrt{2}\sqrt{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{\sqrt{3}-2}} - 2 = \sqrt{2}\sqrt{5+2\sqrt{6}} - 2 = \sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2}) - 2 = \sqrt{6} + 2 - 2 = \boxed{\sqrt{6}}$ (۵)

$A^2 = 1 + \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{2} = 2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ $Z^2 = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = 2(5+2\sqrt{6})$

ب) $\sqrt[3]{\sqrt{2^8}} \times \sqrt[4]{192} \times \sqrt[5]{4\sqrt{2}} = 2^{\frac{8}{6}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{1}{10}} = 2^2 \times 2 = 12$ ✓ 1

۵) اگر $\frac{2^{\alpha+3} + 2^{\alpha+2} + 2^{\alpha+1} + 2^{\alpha} + 2^{\alpha-1} + 2^{\alpha-2} + 2^{\alpha-3}}{2^{\alpha-2} + 2^{\alpha-1} + 2^{\alpha} + 2^{\alpha+1} + 2^{\alpha+2} + 2^{\alpha+3}} = 52$ باشد مقدار α کدام است؟

$\frac{2^{\alpha}(1+2+4+8+16+32+64)}{2^{\alpha} \times 2^{-2}(1+2+4+8+16+32)} = 52 \rightarrow \left(\frac{2}{2}\right)^{\alpha} \times \frac{126}{4} = \frac{52}{4} \rightarrow \left(\frac{2}{2}\right)^{\alpha} = 13 \times \frac{4}{126}$
 $\rightarrow \left(\frac{2}{2}\right)^{\alpha} = \frac{4}{18} = \frac{2 \times 2}{2 \times 9} \rightarrow \alpha = 2$

۶) فرض کنید $a = \sqrt[4]{\sqrt{4}-2}$ ، $b = \sqrt[4]{\sqrt{4}+2}$ ، درستی $(a^2+b^2-2ab)^2 = 4(2-\sqrt{3})$ را بیابید.

$((a^2+b^2)^2 - 4a^2b^2)^2 = (a^4+b^4+2a^2b^2-4a^2b^2)^2 = (a^4+b^4-2a^2b^2)^2 =$
 $(\sqrt{4}+2 + \sqrt{4}-2 - 2 \times \sqrt{4}+2 \times \sqrt{4}-2)^2 = (2\sqrt{4} - 2\sqrt{4})^2 = 4(1-4\sqrt{3}) = 16(2-\sqrt{3})$

$4(2-\sqrt{3}) = 4(1-4\sqrt{3}) \rightarrow 4(2-\sqrt{3}) = 16(2-\sqrt{3}) \rightarrow 4 = 16$ ✓ ۵

۷) فرض کنید $a = \sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}$ ، درستی $(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2})^2 (a + \frac{1}{a} - \sqrt{2})^2 = 2^t$ را بیابید.

$2^t = ((a + \frac{1}{a})^2 - 2)^2 = (a^2 + \frac{1}{a^2})^2 = (2-\sqrt{3} + \frac{1}{2-\sqrt{3}})^2 = (2-\sqrt{3} + 2+\sqrt{3})^2 = 16$

۸) اگر $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{t}} = A = \sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}}$ باشد حاصل $(2A)^{\frac{1}{t}}$ را بیابید.

$A = 2^{\frac{2}{5}} \times 2^{\frac{4}{15}} \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^2 = 4 \quad (2A)^{\frac{1}{t}} = (2^2)^{\frac{1}{t}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{t}}$ ✓ ۶

۹) ریشه هفتم عدد مثبت a ، حاصلی ۲۷ برابر عدد a با توان $\frac{15}{7}$ است. $(\frac{1}{a} - 3)$ چند برابر $(1+\sqrt{3})$ است؟

$a^{\frac{1}{7}} = 27a^{\frac{15}{7}} \rightarrow a^{\frac{1}{7}} \times 27 = 1 \rightarrow a^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{27} \rightarrow a = \frac{1}{27^7}$
 $(\frac{1}{a} - 3) = 3(\sqrt{3}-1) \rightarrow \frac{3(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{3(2-\sqrt{3})}{2}$ برابر ✓ ۷

۱۰) اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4}$ را بیابید.

$\sqrt{x+a} = 2 + \sqrt{x-4} \rightarrow x+a = 4 + x - 4 + 4\sqrt{x-4} \rightarrow \sqrt{x-4} = \frac{a}{4}$
 $\sqrt{x+a} = 2 + \frac{a}{4} \quad \sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2 = \frac{a}{4} + \frac{a}{4} = \frac{a}{2}$ ✓ ۸