تکلیف شماره ۲۱

Subject :

Year : Month : Date :

دهم دختر A

سارینا زارع

۱-

$(۱!+۳!+۵!+\dots+۲۵!)(۲!+۴!+۶!+\dots+۲۶!)$

★ از !۵ به بعد به خاطر وجود عامل ۲ و ۵ یکان صفر است.

$۱!+۳! = ۱+۶ = ۷$

$۲!+۴! = ۲+۲۴ = ۲۶$

$۷\times ۲۶ = ۱۸۲ \longrightarrow$ یکان $\underline{۲}$

۲-

الف) $\sqrt[۴]{(۴+\sqrt{۷})^{-۱}}\;\sqrt{۱+\sqrt{۷}} \Rightarrow (\sqrt{۱+\sqrt{۷}})^{۴} = (۱+\sqrt{۷})^{۲} = ۸+۲\sqrt{۷} = ۲(۴+\sqrt{۷})$

$۴+\sqrt{۷} = \frac{(\sqrt{۱+\sqrt{۷}})^{۴}}{۲} \longrightarrow \sqrt[۴]{۴+\sqrt{۷}} = \frac{\sqrt{۱+\sqrt{۷}}}{\sqrt[۴]{۲}} \rightarrow \frac{\sqrt{۱+\sqrt{۷}}}{\sqrt[۴]{۴+\sqrt{۷}}} = \boxed{\sqrt[۴]{۲}}$

ب) $\left(\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۱۰}+۲}\right)\left(\sqrt{۳-\sqrt{۵}}-\sqrt{۳+\sqrt{۵}}\right)$

$a-b = \frac{a^{۲}-b^{۲}}{a+b} = \frac{(۳-\sqrt{۵})-(۳+\sqrt{۵})}{\sqrt{۳-\sqrt{۵}}+\sqrt{۳+\sqrt{۵}}} = \frac{-۲\sqrt{۵}}{\sqrt{۳-\sqrt{۵}}+\sqrt{۳+\sqrt{۵}}} \longrightarrow$

$\frac{\sqrt{۵}+\sqrt{۲}}{\sqrt{۱۰}+۲}\times\frac{-۲\sqrt{۵}}{\sqrt{۳-\sqrt{۵}}+\sqrt{۳+\sqrt{۵}}} = \frac{-۲\sqrt{۱۰}-۱۰}{\sqrt{۱۰}(\sqrt{۱۰}+۲)} = \frac{-۲\sqrt{۱۰}-۱۰}{۱۰+۲\sqrt{۱۰}} = \boxed{-۱}$

$\sqrt{۲}\times\sqrt{۵}$

$(\sqrt{۳-\sqrt{۵}}+\sqrt{۳+\sqrt{۵}})^{۲} = (۳-\sqrt{۵})+(۳+\sqrt{۵})+۲\sqrt{(۳-\sqrt{۵})(۳+\sqrt{۵})} =$

$۶+۲\sqrt{\underbrace{۹-۵}_{۴}} = ۶+۴ = ۱۰$

۳-

الف) $\frac{\sqrt{۸}+\sqrt{۲۷}}{۵-\sqrt{۶}} - ۲(\underbrace{\sqrt[۴]{۹}}_{\sqrt{۳}}-۱)^{-۱} = \frac{۲\sqrt{۲}+۳\sqrt{۳}}{۵-\sqrt{۶}}\times\frac{۵+\sqrt{۶}}{۵+\sqrt{۶}} \Rightarrow$

$(\sqrt{۳}-۱)^{-۱} = \frac{۱}{\sqrt{۳}-۱} \Rightarrow ۲(\sqrt{۳}-۱)^{-۱} = \frac{۲}{\sqrt{۳}-۱}\times\frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۳}+۱} = \frac{۲\sqrt{۳}+۲}{۲} = \sqrt{۳}+۱$

$\frac{(۲\sqrt{۲}+۳\sqrt{۳})(۵+\sqrt{۶})}{۲۵-۶} = \frac{۱۹\sqrt{۲}+۱۹\sqrt{۳}}{۱۹} = \sqrt{۲}+\sqrt{۳}$

$\longrightarrow (\sqrt{۲}+\sqrt{۳})-(\sqrt{۳}+۱) = \boxed{\sqrt{۲}-۱}$

Subject :

Year : Month : Date :

ب) $\frac{\sqrt{۲۷}-۱}{۴+\sqrt{۳}}+(۲-\sqrt{۳})^{-۱} \rightarrow \frac{۳\sqrt{۳}-۱}{۴+\sqrt{۳}}\times\frac{۴-\sqrt{۳}}{۴-\sqrt{۳}}=\frac{۱۳\sqrt{۳}-۱۳}{۱۳}=\sqrt{۳}-۱$

$(۲-\sqrt{۳})^{-۱}=\frac{۱}{۲-\sqrt{۳}}\times\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}}=\frac{۲+\sqrt{۳}}{۱}=۲+\sqrt{۳}$

$\rightarrow (\sqrt{۳}-۱)+(۲+\sqrt{۳})=۲\sqrt{۳}+۱$

الف) $\frac{\sqrt{۱+\sqrt{۳}}+\sqrt{\sqrt{۳}-۱}}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}}-۲=\frac{۲\sqrt{\frac{۳}{۲}}}{\sqrt{\frac{۳}{۲}}-\sqrt{\frac{۱}{۲}}}\times\frac{\sqrt{\frac{۳}{۲}}+\sqrt{\frac{۱}{۲}}}{\sqrt{\frac{۳}{۲}}+\sqrt{\frac{۱}{۲}}}=$ -۲

صورت $\rightarrow$ $\sqrt{۱+\sqrt{۳}}=\sqrt{\frac{۳}{۲}}+\sqrt{\frac{۱}{۲}}$ ، $\sqrt{\sqrt{۳}-۱}=\sqrt{\frac{۳}{۲}}-\sqrt{\frac{۱}{۲}}$

$\rightarrow \left(\sqrt{\frac{۳}{۲}}+\sqrt{\frac{۱}{۲}}\right)+\left(\sqrt{\frac{۳}{۲}}-\sqrt{\frac{۱}{۲}}\right)=۲\sqrt{\frac{۳}{۲}}$

مخرج : $\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}=\sqrt{\frac{۳}{۲}}-\sqrt{\frac{۱}{۲}}$

$۲\sqrt{\frac{۳}{۲}}\left(\sqrt{\frac{۳}{۲}}+\sqrt{\frac{۱}{۲}}\right)=۳+\sqrt{۳} \Longrightarrow \frac{۳+\sqrt{۳}}{\underbrace{\frac{۳}{۲}-\frac{۱}{۲}}_{۱}} \rightarrow ۳+\sqrt{۳}-۲=\boxed{۱+\sqrt{۳}}$

ب) $\sqrt[۴]{\sqrt[۳]{\sqrt{۲^۸}}}\times\sqrt[۴]{۱۶۲}\times\sqrt{۴\sqrt[۶]{۲}} \Rightarrow ۲^{\frac{۲}{۳}}\times۳\times۲^{\frac{۱}{۴}}\times۲^{\frac{۱۳}{۱۲}}=۳\times۲^{۲}=\boxed{۱۲}$

$(۲^۸)^{\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}}=۲^{\frac{۸}{۱۲}}=۲^{\frac{۲}{۳}}$ | $۴\sqrt[۶]{۲}=۲^{۲}\times۲^{\frac{۱}{۶}}=۲^{\frac{۱۳}{۶}}$

$\rightarrow \sqrt{۲^{\frac{۱۳}{۶}}}=۲^{\frac{۱۳}{۱۲}}$

$\sqrt[۴]{۱۶۲}=\sqrt[۴]{۲\times۳^{۴}}=۳\times۲^{\frac{۱}{۴}}$ | $\rightarrow \frac{۲}{۳}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱۳}{۱۲}=۲$

Subject :

Year :   Month :   Date :

۵-

$$\frac{۳^{x}+۳^{x+۱}+۳^{x+۲}+۳^{x+۳}+۳^{x+۴}+۳^{x+۵}}{۲^{x-۲}+۲^{x-۱}+۲^{x}+۲^{x+۱}+۲^{x+۲}+۲^{x+۳}}=۵۲$$

$$\frac{۳^{x}(\overbrace{۱+۳+۹+۲۷+۸۱+۲۴۳}^{۳۶۴})}{۲^{x-۲}(\underbrace{۱+۲+۴+۸+۱۶+۳۲}_{۶۳})}=\frac{۳^{x}\times \cancel{۳۶۴}^{\,۷}}{۲^{x-۲}\times \cancel{۶۳}_{\,۹}}=۵۲ \xrightarrow{\text{دو طرف تقسیم بر ۵۲}}$$

$$\frac{۱}{۹}\times\frac{۳^{x}}{۲^{x-۲}}=۱\rightarrow\frac{۳^{x}}{\underbrace{۲^{x-۲}}_{\frac{۲^{x}}{۴}}}=۹\rightarrow\left(\frac{۳}{۲}\right)^{x}=\frac{۹}{۴}\Rightarrow\boxed{x=۲}$$

۶-

$$a=\sqrt[۴]{\sqrt{۶}-۲}\quad,\quad b=\sqrt[۴]{\sqrt{۶}+۲}\rightarrow ab=۱\ ,\ a^{۴}+b^{۴}=۲\sqrt{۶}$$

$$(a^{۲}+b^{۲}-۲ab)^{۲}(a^{۲}+b^{۲}+۲ab)^{۲}=t(۲-\sqrt{۳})$$

$$\hookrightarrow (a^{۲}+b^{۲})^{۲}-(۲ab)^{۲}=(a^{۴}+b^{۴})^{۲}-۴=(۲\sqrt{۶})^{۲}-۴=۲۴-۴=۲۰$$

$$t(۲-\sqrt{۳})=۲۰\rightarrow t=\frac{۲۰}{۲-\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۳}+۲}{۲+\sqrt{۳}}\Rightarrow \boxed{t=۲۰(۲+\sqrt{۳})=۴۰+۲۰\sqrt{۳}}$$

۷-

$$a=\sqrt[۴]{\sqrt{۷-۴\sqrt{۳}}}\rightarrow\frac{۱}{a}=\frac{۱}{\sqrt[۴]{\sqrt{۷-۴\sqrt{۳}}}}\rightarrow a+\frac{۱}{a}=\sqrt{۶}$$

$$\left(a+\frac{۱}{a}+\sqrt{۲}\right)^{۲}\left(a+\frac{۱}{a}-\sqrt{۲}\right)^{۲}=۲^{t}\rightarrow\left(\underbrace{\left(a+\frac{۱}{a}\right)^{۲}}_{\sqrt{۶}}-\underbrace{(\sqrt{۲})^{۲}}_{۲}\right)^{۲}=$$

$$(۶-۲)^{۲}=۴^{۲}=۱۶=۲^{t}\rightarrow\boxed{t=۴}$$

Subject :

Year : Month : Date :

$$A = \sqrt[۵]{۴\sqrt[۳]{۱۶}}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{-\frac{۴}{۳}} \longrightarrow (۲A)^{-\frac{۱}{۳}} = ?$$ -۸

$$\underbrace{۲^{۲+\frac{۴}{۳}} = ۲^{\frac{۱۰}{۳}}} \quad \to = ۲^{\frac{۴}{۳}}$$

$$\to \sqrt[۵]{۲^{\frac{۱۰}{۳}}} = ۲^{\frac{۱۰}{۱۵}} = ۲^{\frac{۲}{۳}}$$

$$A = ۲^{\frac{۲+۴}{۳} = \frac{۶}{۳}} = ۲^{۲} = \boxed{۴}$$

$$۲A = ۴ \times ۲ = ۸ = ۲^{۳} \longrightarrow (۲^{۳})^{-\frac{۱}{۳}} = ۲^{-۱} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$$

$$\sqrt[۷]{a} = ۲۷a^{\frac{۱۵}{۷}} = a^{\frac{۱}{۷}} \longrightarrow a^{-\frac{۱۴}{۷}} = a^{-۲} = ۲۷ \to a^{۲} = \frac{۱}{۲۷}$$ -۹

$$\to a = \frac{۱}{\sqrt{۲۷}} = \frac{۱}{۳\sqrt{۳}}$$

$$\frac{۱}{a} = ۳\sqrt{۳}$$

$$\frac{\left(\frac{۱}{a} - ۳\right)}{(۱+\sqrt{۳})} = ? \longrightarrow \frac{۳\sqrt{۳} - ۳}{۱+\sqrt{۳}} = \frac{۳(\sqrt{۳}-۱)}{۱+\sqrt{۳}} \longrightarrow$$

$$\to \frac{۳(\sqrt{۳}-۱)}{۱+\sqrt{۳}} \times \frac{۱-\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}} \to = ۳(۲-\sqrt{۳}) = \boxed{۶-۳\sqrt{۳}}$$

$$\sqrt{x+a} - \sqrt{x-۴} = ۲ \longrightarrow \sqrt{x+a} + \sqrt{x-۴} - ۲ = ?$$ -۱۰

$z = \sqrt{x+a}$, $y = \sqrt{x-۴}$ و $z - y = ۲$

$$z^{۲} - y^{۲} = (x+a) - (x-۴) = a+۴$$

$$(z-y)(z+y) = ۲(z+y) = a+۴ \to z+y = \frac{a+۴}{۲}$$

عبارت خواسته شده : $z + y - ۲ \Rightarrow \frac{a+۴}{۲} - \underset{\frac{۴}{۲}}{۲} = \boxed{\frac{a}{۲}}$