نسترن اسماعیلی

① رقم یکان عدد $(۱!+۳!+۵!+\dots+۲۵!)(۲!+۴!+۶!+\dots+۲۶!)$ را بیابید

$۱! \times ۲! \times ۳! \times \dots \times ۲۵! \times ۲۶! =$

از !۵ به بعد عامل ۲ و ۵ [illegible] ۵

$۱! \to ۱ \qquad ۳! \to ۶ \qquad ۱+۲+۶+۴=۱\boxed{۳}$

$۲! \to ۲ \qquad ۴! \to ۴$

② حاصل عبارت زیر را بیابید.

$\sqrt{۱+\sqrt{۷}} = (۱+\sqrt{۷})^{\frac{۱}{۲}} \to \frac{۱}{(۱+\sqrt{۷})^{۲}}$

الف) $\sqrt[۴]{(۴+\sqrt{۷})^{-۱}} \quad \sqrt{۱+\sqrt{۷}} \to \sqrt[۴]{\frac{۱}{(۴+\sqrt{۷})}} \to \left(\frac{۱}{۴+\sqrt{۷}}\right)^{\frac{۱}{۴}} \to (۴+\sqrt{۷})^{۴}$

$(۴+\sqrt{۷})^{۴} \times \frac{۱}{(۱+\sqrt{۷})^{۲}} = \overset{۳۰۵}{۲۵۶+۴۹} \times \frac{۱}{۸} = \frac{۳۰۵}{۸} \simeq ۳۸,۱$

ب) $\left(\frac{\sqrt{۵}+\sqrt{۴}}{\sqrt{۱۰}+۲}\right)\left(\sqrt{۳-\sqrt{۵}} - \sqrt{۳+\sqrt{۵}}\right)$

$\sqrt{۵}+\sqrt{۲} \times -۲\sqrt{۵}$

$-۲\sqrt{۵}-۲\sqrt{۲}+۵+\sqrt{۱۰} = -۴\sqrt{۱۰}+۵\sqrt{۱۰} = \sqrt{۱۰}$

$\frac{\sqrt{۵}+\sqrt{۲}}{\sqrt{۱۰}+\sqrt{۴}} \times \left(\sqrt{۳-\sqrt{۵}}\right)^{۲} - \left(\sqrt{۳+\sqrt{۵}}\right)^{۲} =$

$\frac{\sqrt{۵}+\sqrt{۲}}{\sqrt{۱۰}+\sqrt{۴}} \times \frac{\cancel{۳}-\sqrt{۵}}{۱} - \frac{\cancel{۳}-\sqrt{۵}}{۱} = \overbrace{\frac{\sqrt{۵}+\sqrt{۲}}{\sqrt{۱۰}+۲} \times \frac{-۲\sqrt{۵}}{۱}} = \frac{\sqrt{۱۰}}{\sqrt{۱۰}+۲}$

③ حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{\sqrt{۸}+\sqrt{۲۷}}{۵-\sqrt{۶}} - ۲\left(\sqrt[۳]{۹}-۱\right)^{-۱}$$

$$\frac{۲\sqrt{۲}+۳\sqrt{۳}}{۵-\sqrt{۶}} - ۲\left(\frac{۱}{\sqrt[۳]{۹}-۱}\right) = \frac{۲\sqrt{۲}+۳\sqrt{۳}}{۵-\sqrt{۶}} - \frac{۲}{\sqrt[۳]{۹}-۱}$$

$$\frac{\sqrt{۲۷}-۱}{۴+\sqrt{۳}} + (۲-\sqrt{۳})^{-۱} = \frac{۳\sqrt{۳}-۱}{۴+\sqrt{۳}} + \frac{۱}{۲-\sqrt{۳}} = \frac{۳\sqrt{۳}}{(۴+\sqrt{۳} \times ۲-\sqrt{۳})} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۵-۲\sqrt{۳}}$$

④

$$\frac{\sqrt{۱+\sqrt{۳}}+\sqrt{\sqrt{۳}-۱}}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}}-۲=$$

$(\sqrt{۱+\sqrt{۳}})^۲=۱+\sqrt{۳}$

$(\sqrt{۱-\sqrt{۳}})^۲=۱-\sqrt{۳}$

$$\frac{\sqrt{۱+\sqrt{۳}}+\sqrt{۱-\sqrt{۳}}}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}}-۲=\frac{۱+\cancel{\sqrt{۳}}+۱-\cancel{\sqrt{۳}}}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}}=\frac{۲}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}}-۲$$

$$\sqrt[۴]{\sqrt[۳]{۲^۸}}\times\sqrt[۴]{۱۶۲}\times\sqrt{۴\sqrt[۴]{۲}}=\sqrt[۲]{۲^۲\sqrt[۴]{۲}}=\sqrt[۲]{\sqrt[۴]{۲^{۱۲}\times۲}}\to\sqrt[۴]{۲^{۱۳}}$$

$$\sqrt[۱۲]{۲^۸}\times\sqrt[۴]{۳^۴\times۲}\times\sqrt[۴]{۲^{۱۳}}$$

$$۲^{\frac{۸}{۱۲}}\times۳\times۲^{\frac{۱}{۴}}\times۲^{\frac{۱۳}{۴}}=۳\times۲^{\frac{۲}{۳}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱۳}{۴}}=\frac{۸+۳+۳۹}{۱۲}=\frac{۵۰}{۱۲}=\frac{۲۵}{۶}$$

$$۳\times۲^{\frac{۲۵}{۶}}$$

⑤ مقدار x = ؟

$$\frac{۳^x+\overset{۳^x\times۳}{۳^{x+۱}}+۳^{x+۲}+۳^{x+۳}+۳^{x+۴}+۳^{x+۵}}{\overset{۲^x\times۲^{-۲}}{۲^{x-۲}}+۲^{x-۱}+۲^x+۲^{x+۱}+۲^{x+۲}+۲^{x+۳}}=۵۲$$

$\frac{۱}{۴}$

$$\frac{۳^x(۱+۱+۳+۱+۹+۱+۲۷+۱+۸۱+۱+۲۴۳)}{۲^x(۱-\frac{۱}{۴}+۱-\frac{۱}{۲}+۱+۱+۲+۱+۴+۱+۸)}=۵۲$$

$$\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۲}=\frac{۳+۲}{۴}=\frac{۵}{۴}$$

$$\frac{۳^x(۳۶۹)}{۲^x(۴+۱۴+\frac{۵}{۴})}=\frac{۳^x(۳۶۹)}{۲^x(\frac{۷۷}{۴})}=۵۲$$

$$\frac{۱۸}{۱}+\frac{۵}{۴}=\frac{۷۲+۵}{۴}=\frac{۷۷}{۴}$$

⑥ $a=\sqrt[۴]{\sqrt{۶}-۲}$ $\quad b=\sqrt[۴]{\sqrt{۶}+۲}$

$$(a^۲+b^۲-۲ab)^۲(a^۲+b^۲+۲ab)^۲=t(۲-\sqrt{۳})$$

مقدار +t ؟

$$(\sqrt[۴]{\sqrt{۶}-۲})^۲+(\sqrt[۴]{\sqrt{۶}+۲})^۲-۲(\underbrace{\sqrt[۴]{\sqrt{۶}+۲}\times\sqrt[۴]{\sqrt{۶}-۲}}) , (\sqrt[۴]{\sqrt{۶}+۲})^۲-(\sqrt[۴]{\sqrt{۶}-۲})^۲=$$

$$(\sqrt{\sqrt{۶}-۲}+\sqrt{\sqrt{۶}+۲}-۲\sqrt{\sqrt{۶}+۲}-۲\sqrt{\sqrt{۶}-۲})^۲ \qquad \sqrt{\sqrt{۶}+۲}-\sqrt{\sqrt{۶}-۲}$$

$$+\sqrt{۶}\cancel{-۲}+\sqrt{۶}\cancel{+۲}-۲\sqrt{۶}\cancel{+۴}-۲\sqrt{۶}\cancel{+۴}=$$

$$۲\sqrt{۶} \qquad -۴\sqrt{۶}=-۲\sqrt{۶}$$

$$(a^۲+b^۲+۲ab)^۲=(\sqrt[۴]{\sqrt{۶}-۲}+\sqrt[۴]{\sqrt{۶}+۲}+۲(\sqrt[۴]{\sqrt{۶}+۲}\times\sqrt[۴]{\sqrt{۶}-۲})^۲$$

$$\sqrt{\sqrt{۶}+۲}\ \sqrt{\sqrt{۶}-۲}$$

$$\sqrt{۶}\cancel{-۲}+\sqrt{۶}\cancel{+۲}+۲\sqrt{۶}\cancel{+۴}+۲\sqrt{۶}\cancel{-۴}=۲\sqrt{۶}+۴\sqrt{۶}=۶\sqrt{۶}$$

$$۶\sqrt{۶}-۲\sqrt{۶}=۴\sqrt{۶}=t(۲-\overset{۱٫۷}{\sqrt{۳}})=۴\sqrt{۶}$$

$$۴\sqrt{۶}=۴\times۲٫۴=۹٫۶$$

$$۰٫۳\times t=۹٫۶\Rightarrow t=۳۲$$

⑦ $a=\sqrt[۴]{۷-۴\sqrt{۳}}$

$$(a+\frac{۱}{a}+\sqrt{۲})^۲(a+\frac{۱}{a}-\sqrt{۲})^۲=۲^t$$

$$۷-\overset{۶٫۸}{۴\sqrt{۳}}=۰٫۲$$

$$(\sqrt[۴]{۷-۴\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt[۴]{۷-۴\sqrt{۳}}}+\sqrt{۲})^۲=\sqrt{۷-۴\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt{۷-۴\sqrt{۳}}}+۲$$

$$(\sqrt[۴]{۷-۴\sqrt{۳}}+\frac{۱}{\sqrt[۴]{۷-۴\sqrt{۳}}}-\sqrt{۲})^۲=\sqrt{۷-۴\sqrt{۳}}+\frac{۱}{۷-۴\sqrt{۳}}-۲$$

$$\times \quad -۲+\sqrt{۷-۴\sqrt{۳}}=۲^t$$

$$-۲+\sqrt{۰٫۲}=۲^t$$

$A = \sqrt[۵]{۴\sqrt[۳]{۱۶}} \left(\frac{۱}{۲}\right)^{-\frac{۳}{۴}} \quad / \quad (۲A)^{-\frac{۱}{۳}}$ ①

$\sqrt[۵]{\sqrt[۳]{۴^۳ \times ۴^۲}} = \sqrt[۱۵]{۴^۵} = ۴^{\frac{۱}{۳}} = \sqrt[۳]{۴} = ۲]$

$۲ \times \left(\frac{۱}{۲}\right)^{-\frac{۳}{۴}} = ۲\sqrt[۴]{۲^۳}$

$\left(\frac{۱}{۲}\right)^{-\frac{۳}{۴}} = (۲)^{\frac{۳}{۴}} = \sqrt[۴]{۲^۳}$

$۲ \times ۲ \times \sqrt[۴]{۲^۳} = \left(۴\sqrt[۴]{۲^۳}\right)^{-\frac{۱}{۳}} = \left(\frac{۱}{۴\sqrt[۴]{۲^۳}}\right)^{\frac{۱}{۳}} =$

$\sqrt{x+۵} + \sqrt{x-۴} - ۳ = ?$

$\underbrace{\sqrt{x+۵}}_{x} - \underbrace{\sqrt{x-۴}}_{y} = ۳$ ⑩

$y = ۳$

$x - y = ۳$

$x + y - ۳ = ?$

$۲x - ۳ = ۳ + ?$

$۲x = ۴ + ?$

$x = ۲ + \frac{?}{۲}$