عسل رمضانی   دهم دختران A   تکلیف ۲۲

۱

$\alpha\cdot\beta = \frac{c}{a} = ۲$ / $\frac{۴\alpha+\beta^۵}{۵\beta^۲}\times\frac{\beta}{\beta} = \frac{۴\alpha\beta+\beta^۶}{۵\beta^۳} = \frac{(۸+\beta^۶)\times\alpha^۳}{۵\beta^۳\times\alpha^۳} = \frac{۸\alpha^۳+\beta^۳\cdot\alpha^۳\cdot\beta^۳}{۵\beta^۳\cdot\alpha^۳} = \frac{۸\alpha^۳+۸\beta^۳}{۵\times۸}$

$= \frac{\alpha^۳+\beta^۳}{۵} = \frac{(S^۳-۳SP)}{۵} = \frac{(\frac{-b}{a})^۳-۳(\frac{c}{a}\times\frac{-b}{a})}{۵} = \frac{۵^۳-۳\times۲\times۵}{۵} = ۲۵-۶ = \boxed{۱۹}$

۲

x محور تقارن سهمی = $\frac{\text{مجموع x دو نقطه با y برابر}}{۲} = \frac{-۱/۵+۳}{۲} = ۰/۷۵ = \frac{\text{مجموع ~~x~~ ۲ نقطه با y ۰}}{۲}$

⇒ مجموع x دو نقطه با y ۰ = مجموع صفرهای تابع = ۱/۵

۳

ریشه های معادله $x^۲+۲kx+۵=۰$ ⟵ α , β

$|\alpha-\beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{۴k^۲-۲۰}}{|۱|} = \frac{۴k}{۳} \Rightarrow ۴k^۲-۲۰ = \frac{۱۶k^۲}{۹} \Rightarrow k^۲-۵ = \frac{۴k^۲}{۹} \Rightarrow \frac{۵}{۹}k^۲ = ۵$

$\Rightarrow k^۲ = ۹ \longrightarrow \left[\frac{k^۲}{۲}\right] = \left[\frac{۹}{۲}\right] = ۴$

۴

$y = ۲۵a-۵b+c = ۹a+۳b-c \Rightarrow b = ۲a$

$y_{ext} = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-b^۲+۴ac}{۴a} = \frac{-۴a^۲+۴ac}{۴a} \Rightarrow -a+c = ۱ \Rightarrow c = a+۱$

$\alpha^۲+\beta^۲ = ۵ \Rightarrow S^۲-۲P = ۵ \Rightarrow (\frac{-b}{a})^۲ - ۲(\frac{c}{a}) = ۵ \Rightarrow \frac{۴a^۲}{a^۲} - ۲(\frac{a+۱}{a}) = ۵$

$\Rightarrow ۴-۲-\frac{۲}{a} = ۵ \Rightarrow \frac{۲}{a} = -۳ \Rightarrow a = \frac{-۲}{۳}$ / $x=۰ \Rightarrow y = c = a+۱ = \frac{-۲}{۳}+۱ = \boxed{\frac{۱}{۳}}$

عرض از مبدأ $\begin{bmatrix}۰\\ \frac{۱}{۳}\end{bmatrix}$

۵

$x_۱ < \frac{۹}{۲} \Rightarrow \frac{-b+\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a} < \frac{۹}{۲} \Rightarrow \frac{-۵+\sqrt{۲۵+۴m}}{-۲} < \frac{۹}{۲} = \frac{\sqrt{۲۵+۴m}}{-۲} < \frac{۴}{۲}$ همیشه برقرار

$x_۲ < \frac{۹}{۲} \Rightarrow \frac{-b-\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a} < \frac{۹}{۲} \Rightarrow \frac{-۵-\sqrt{۲۵+۴m}}{-۲} < \frac{۹}{۲} \Rightarrow \frac{\sqrt{۲۵+۴m}}{۲} < \frac{۴}{۲}$

$\sqrt{۲۵+۴m} < ۴ \Rightarrow ۲۵+۴m < ۱۶ \Rightarrow ۴m < -۹ \Rightarrow m < \frac{-۹}{۴} \; (I)$

۲ ریشه دارد ← $\Delta > ۰ \Rightarrow b^۲-۴ac > ۰ \Rightarrow ۲۵+۴m > ۰ \Rightarrow ۴m > -۲۵ \Rightarrow m > \frac{-۲۵}{۴} \; (II)$

$(II)\cap(I) \Rightarrow \frac{-۲۵}{۴} < m < \frac{-۹}{۴} \rightarrow m = \{-۳, -۴, -۵, -۶\} \rightarrow$ ۴ عدد صحیح

$y_{ext} = \frac{-\Delta}{۴a} = ۲ \Rightarrow -\frac{(۱۴۴ - ۲۰m^۲ + ۴m)}{۴m} = ۲ \Rightarrow ۲۰m^۲ - ۴m + ۱۴۴ = ۸m$

$\Rightarrow ۲۰m^۲ - ۱۲m + ۱۴۴ = ۰ \xrightarrow{\text{روش روسی}} m^۲ - ۱۲m + ۲۰ \times ۱۴۴ = ۰ \Rightarrow (m - ۶۰)(m + ۴۸) = ۰ \rightarrow m = \frac{۶۰}{۲۰}$, $m = \frac{-۴۸}{۲۰}$

$m = \frac{۶۰}{۲۰} = ۳ \rightarrow \Delta < ۰$ ✓ $\rightarrow y = ۳x^۲ - ۱۲x + ۱۴ \rightarrow ext \left| \begin{matrix} ۲ \\ ۲ \end{matrix} \right. \Rightarrow$ خط تقارن $= \boxed{x = ۲}$

$m = \frac{-۴۸}{۲۰} = -۲,۴ \rightarrow \Delta > ۰$ ✗

۶

$t_n = \alpha, a, \beta, \dots \Rightarrow \alpha \cdot \beta = a^۲ \longrightarrow a^۲ = ۲a - ۱ \Rightarrow a^۲ - ۲a + ۱ = ۰$

$x^۲ + ۲(a+۱)x + ۲a - ۱ = ۰ \rightarrow \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{۲a-۱}{۱} \nearrow \Rightarrow (a-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow \boxed{a-۱}$

۷

$x^{۴} - ۷x^{۲} - ۵ = ۰ \Rightarrow t^{۲} - ۷t - ۵ = ۰ \Rightarrow t = x^{۲}$ → $\frac{۷ - \sqrt{۴۹ + ۲۰}}{۲}$ ⇒ منفی است و قابل قبول نیست

$t = x^{۲} \Longrightarrow$

→ $\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}}$ ۸

ریشه‌ها $= x_{۱} , x_{۲}$

$S = x_{۱} + x_{۲} = ۰ \;/\; P = x_{۱} \cdot x_{۲} \Rightarrow -\frac{(۷ + \sqrt{۶۹})}{۲}$

$\Rightarrow ۲P^{۲} - ۳SP + ۲S = ۲P^{۲} = ۲\left(\frac{-۷ - \sqrt{۶۹}}{۲}\right)^{۲} = ۲\left(\frac{۴۹ + ۶۹ + ۱۴\sqrt{۶۹}}{۴}\right)$

$= \frac{۱۱۸ + ۱۴\sqrt{۶۹}}{۲} = \boxed{۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}}$

۹	$y = kx^۲ - ۴x - ۶ = -۴x - ۴ \rightarrow kx^۲ = ۲$ $x_{ext} = \frac{-b}{۲a} = \frac{۴}{۲k} = \frac{۲}{k} \rightarrow kx^۲ = k \times \frac{۴}{k^۲} = \frac{۴}{k} = ۲ \rightarrow ۴ = ۲k \rightarrow \boxed{k = ۲}$ $\rightarrow y = ۲x^۲ - ۴x - ۶ \rightarrow y_{ext} = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-(۱۶ + ۴۸)}{۸} \rightarrow \frac{-۶۴}{۸} = \boxed{-۸}$
۱۰	$y = -m - x = -mx^۲ + mx + ۱ \rightarrow -mx^۲ + (m+۱)x + ۱ + m = ۰$ ⟶ معادله جوابی ندارد $\rightarrow \Delta < ۰ \rightarrow b^۲ - ۴ac < ۰ \rightarrow (m+۱)^۲ - ۴(-m)(m+۱) < ۰ \rightarrow m^۲ + ۱ + ۲m + ۴m^۲ + ۴m < ۰$ $\rightarrow ۵m^۲ + ۶m + ۱ < ۰$ ریشه ها $\rightarrow -۱ , \frac{-۱}{۵}$ $\frac{-۱}{۵} \quad -۱$ $+ \quad ۰ \quad - \quad ۰ \quad +$ $\rightarrow m = [-۱, \frac{-۱}{۵}] \rightarrow$ هیچ عدد صحیح