Date: Sub:

زهرا دهقانی — گروه دختران دهم A — تکلیف شماره ۲۲

۱

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$\beta^2 - 3\beta + 2 = 0 \rightarrow \beta^2 = 3\beta - 2$

$\beta^3 = \beta \times \beta^2 = \beta(3\beta - 2) = 3\beta^2 - 2\beta = 3(3\beta - 2) - 2\beta$

$= 7\beta - 10$

$\beta^4 = \beta \times \beta^3 = \beta(7\beta - 10) = 7\beta^2 - 10\beta = 7(3\beta - 2) - 10\beta$

$= 11\beta - 14$

$\beta^5 = \beta \times \beta^4 = \beta(11\beta - 14) = 11\beta^2 - 14\beta =$

$11(3\beta - 2) - 14\beta = 19\beta - 22$

$\alpha + \beta = 3 \rightarrow \alpha = 3 - \beta$

پس $4\alpha = 4(3 - \beta) = 12 - 4\beta$

صورت کسر:

$4\alpha + \beta^5 = (12 - 4\beta) + (19\beta - 22) = 15\beta - 10$

مخرج کسر:

$3\beta^2 = 3(3\beta - 2) = 9\beta - 6$

$$\frac{15\beta - 10}{9\beta - 6} = \frac{5(3\beta - 2)}{3(3\beta - 2)} = \frac{5}{3}$$

Date: Sub:

۲

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$x = \frac{3 + (-1/5)}{2} = \frac{14/5}{2} = \frac{7}{5}$

$\text{مختصات رأس} = \frac{\text{مجموع ریشه‌ها}}{2}$

$\text{مجموع ریشه‌ها} = 2 \times \frac{7}{5} = \frac{14}{5}$ جواب

۳

$|r_1 - r_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$

$a = 1$

$b = 2k$ $\quad |r_1 - r_2| = \sqrt{(2k)^2 - 20} = \sqrt{4k^2 - 20}$

$c = 5$

$\sqrt{4k^2 - 20} = \frac{4}{3}k$

$4k^2 - 20 = \frac{16k^2}{9}$

$36k^2 - 180 = 16k^2$

$20k^2 = 180 \rightarrow k^2 = 9 \rightarrow k = 3$

$\left[\frac{k^2}{2}\right] = \left[\frac{9}{2}\right] = 4$

Date: Sub:

۴

چون A و B نقطه برابرند ⟵ قرینه‌اند

$$x = \frac{۳ + (-۵)}{۲} = -۱$$

عرض رأس = فاصله کانون تا خط راهنما = $۴p$

$$۴p = ۱ \longrightarrow p = \frac{۱}{۴}$$

$$(x+۱)^۲ = ۴p(y-k) = (y-k)$$

$$(x+۱)^۲ + k = ۰ \longrightarrow x^۲ + ۲x + (۱+k) = ۰$$

$$\alpha + \beta = -۲$$

$$\alpha^۲ + \beta^۲ = ۵$$

$$\alpha^۲ + \beta^۲ = (\alpha+\beta)^۲ - ۲\alpha\beta$$

$$(۰+۱)^۲ = y - k \to y = k+۱ = -\frac{۳}{۴} + ۱ = -\frac{۱}{۴}$$

جواب $\left(-\frac{۱}{۴}, ۰\right)$

۵

$$-x^۲ + ۵x + m = ۰$$

$$x^۲ - ۵x - m = ۰$$

$$f(۴,۵) = ۴,۵^۲ - ۵(۴,۵) - m = ۲۰,۲۵ - ۲۲,۵ - m$$

$$= -۲,۲۵ - m$$

$$-۲,۲۵ - m > ۰ \to m < -۳$$

$$\Delta = ۲۵ + ۴m > ۰ \to m > -۶,۲۵ \to m > -۶$$

$$-۶ < m < -۳$$

اعداد صحیح: $-۵, -۴$

جواب ۴

PITICO

Date: Sub:

۶

$a=m \quad b=-12 \quad c=5m-1$

$y_{min}=\frac{4ac-b^2}{4a} \rightarrow \frac{4m(5m-1)-144}{4m}=2$ ← مقدار کمینه

$\frac{20m^2-4m-144}{4m}=2$

$20m^2-4m-144=8m$

$20m^2-12m-144=0$ ← ساده‌سازی

$5m^2-3m-36=0$

$m=\frac{3\pm 27}{10} \rightarrow m=3 \;/\; m=-\frac{12}{5}$

$x=\frac{-b}{2a}=\frac{12}{2m}=\frac{6}{m}=\frac{6}{3}=2$

$x=2$ مختصات رأس

۷

$x^2+2(a+1)x+2a-1=0$

$\alpha+\beta=-2(a+1), \alpha\beta=2a-1$

$\alpha^2=a\beta, \beta=\frac{\alpha^2}{a}$ ← دوبار هندسی

$\alpha+\frac{\alpha^2}{a}=2a-1$

$\alpha^3=a(2a-1)$ ☆

$\alpha+\beta=-2(a+1)$

$\alpha+\frac{\alpha^2}{a}=-2(a+1)$ ← β جایگذاری

$a\alpha+\alpha^2=-2a(a+1)$ ← a ضرب

$\alpha(a+\alpha)=-2a(a+1)$ ☆☆

PITICO

Date: Sub:

۷ ادامه

از ☆☆ :

$$\alpha = \frac{-2a(a+1)}{a+\alpha}$$

$$\boxed{a = -1}$$

۸

$$x^4 - 7x^2 - 5 = 0$$

$$t = x^2$$

$$t^2 - 7t - 5 = 0$$

$$t = \frac{7 \pm \sqrt{69}}{2}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}}$$

چون $S = 0$ ← $2P^2$

$$t^2 = 7t + 5$$

$$2P^2 = 2t^2 = 2(7t+5) = 14t + 10$$

$$= 7(7+\sqrt{69}) + 10$$

جواب $\boxed{59 + 7\sqrt{69}}$

Date: Sub:

٩

$y = kx^2 - 4x - 4 \qquad x = \frac{2}{k}$ ⇐

$y = \frac{4}{k} - \frac{8}{k} - 4 = -\frac{4}{k} - 4$ ← نعوض بـ x

$\frac{-4}{k} - 4 = -\frac{8}{k} - 4$

$4 = \frac{-4}{k} \longrightarrow k = -1$

نعوض بـ k:

$y = 4 - 4 = -2$ جواب

Date: Sub:

$y = -mx^2 + mx + 1$

$y = -x - m$

$-mx^2 + mx + 1 = -m - x$

$mx^2 - (m+1)x - (m+1) = 0$

$\Delta < 0 \rightarrow$

$(m+1)^2 + 4m(m+1) < 0$

$(m+1)(5m+1) < 0$

$-1 < m < -\frac{1}{5}$

Scanned with CamScanner