۱۴

۲۲

آتریسا آقاصالحی

۱)

$\beta^۲ - ۵\beta + ۲ = ۰ \longrightarrow \beta^۲ = ۵\beta - ۲ \longrightarrow \beta^۳ = \beta^۲ \beta = ۵\underset{۵\beta-۲}{\beta^۲} - ۲\beta = ۲۵\beta - ۱۰ - ۲\beta = ۲۳\beta - ۱۰$

$\beta^۴ = ۱۰۵\beta - ۴۶ \longrightarrow \beta^۵ = ۴۷۹\beta - ۲۱۰$ $\alpha + \beta = ۵ \longrightarrow \alpha = -\beta + ۵ \longrightarrow ۴\alpha = -۴\beta + ۲۰$

$\frac{۴\alpha + \beta^۵}{۵\beta^۲} = \frac{۴۷۵\beta - ۱۹۰}{۲۵\beta - ۱۰} = \frac{۹۵(\cancel{۵\beta - ۲})}{۵(\cancel{۵\beta - ۲})} = \underline{۱۹}$

(۲) ✓

۲)

$\frac{\alpha + \beta}{۲} = \underset{\text{محور تقارن}}{x}$ y ها یکسان $\Rightarrow \frac{-۱۵ + ۳}{\cancel{۴}} = \frac{\cancel{-۴۵}}{۲}$

$\frac{-۴۵}{۲} \overset{\times ۲}{\Rightarrow} \underline{\cancel{-۴۵}}$ ۰

پایین صفحه بجون :)

۳)

$|\alpha - \beta| = \sqrt{\Delta} \Rightarrow \frac{۴}{۳}k = \sqrt{۴k^۲ - ۲۰} \Rightarrow \frac{۱۶}{۹}k = ۴k^۲ - ۲۰$

$k^۲ = ۹$ $\underset{۴/۵}{\left[\frac{k^۳}{۲}\right]} = \underline{۴}$

(۲) ✓

۴)

$x_{\text{تقارن}} = \frac{۳ + (-۵)}{۲} = \underset{\text{عرض رأس}}{\boxed{-۱}} \xrightarrow{\times ۲} -۲ = \alpha + \beta = S$

۰/۷۵

$\alpha^۲ + \beta^۲ = ۴ - ۲P = ۵ \longrightarrow \boxed{P = -\frac{۱}{۲}}$ $a = \frac{۲}{۵}$

پایین صفحه بجون :|

$\Rightarrow y(۰) = -\frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۵} = \boxed{-\frac{\cancel{۱}}{۵}}$

۵)

$-\left(\frac{۹}{۲}\right)^۲ + \left(۵ \times \frac{۹}{۲}\right) + m < ۰ \Rightarrow \boxed{m \le \frac{۹}{۴}}$

$x^۲ - ۵x - m = ۰$ $\Delta \geq ۰$ $۲۵ + ۴m \geq ۰ \Rightarrow m \geq -\frac{۲۵}{۴}$

$-\frac{۹}{۴} > m \geq -\frac{۲۵}{۴}$ ⇐ اعداد صحیح → ۳-، ۴-، ۵-، ۶- — ۴ عدد

(۲) ✓

۶)

$y = mx^۲ - ۱۲x + ۵m - ۱ \qquad y_{min} = \frac{\overset{-۱۲}{b}^۲ - ۴\overset{m}{a}\overset{۱-۵m}{c}}{۴\overset{m}{a}}$

$\Rightarrow \frac{-۲۰m^۲ - ۴m - ۱۴۴}{۴m} = ۲ \xrightarrow{\times ۴m \div ۴} (m-۳)(۱۲+۵m) = ۰ \Rightarrow m = ۳$

$x = \frac{-b}{۲a} = \frac{۱۲}{۲m} = \frac{۶}{۳} = \textcircled{۲}$

$\textcircled{۲}$ ✓

۷)

$\alpha\beta = a^۲ \rightarrow \beta + \alpha = -۲(a+۱) \rightarrow \alpha\beta = ۲a - ۱ = a^۲$ ✓

$a=۱ \rightarrow a^۲+۴a+۱=۰ \rightarrow \Delta>۰$ ✓ شرط وجود دو ریشه برای $a=۱$ بررسی کن.

$a^۲ - ۲a + ۱ = ۰ = (a-۱)^۲ \Rightarrow \boxed{a = ۱}$

$\textcircled{۱٫۵}$

۸)

$x^۲ = t \qquad t^۲ - ۷t - ۵ = ۰ \overset{ریشه‌ها}{\Rightarrow} t_۱ + t_۲ = ۷$

$t_۱ t_۲ = -۵$

پایین صفحه بخون

$\textcircled{۲}P^۲ = ۲(-۵)^۲ = ۵۰ \Leftarrow S = ۰ \leftarrow \pm\sqrt{t_۱}, \pm\cancel{\sqrt{t_۲}}$ ریشه‌ها قرینه‌اند

۹)

$\text{طول رأس} = \frac{-b}{۲a} = \frac{۴}{۲k} = \frac{۲}{k}$ ① $\longrightarrow k\left(\frac{۲}{k}\right)^۲ - ۴\left(\frac{۲}{k}\right) - ۶ = y$

$-۴ - ۴x = y \Rightarrow -\cancel{\frac{۸}{k}} - ۴ = k\left(\frac{۴}{k^۲}\right) - \cancel{\frac{۸}{k}} - \cancel{۶}^{-۲} \Rightarrow \boxed{k = ۲}$

① $\boxed{\frac{۲}{۲} = ۱}$

$\textcircled{۱٫۷۵}$

سوال عرض رأس هم می‌خواهد ← $y=-۸$

۱۰)

$\boxed{\text{صفر عدد صحیح}}$ ↑

$-m - x = -mx^۲ + mx + ۱ \overset{-mx^۲}{=} x(۱+m) + (۱+m) = ۰$

$\textcircled{۲}$ ✓

$\Delta < ۰ \Rightarrow (۱+m)(۱+۵m) < ۰$

۳-

$$\begin{cases} A(۳,-۴) \\ B(-۱٫۵,-۴) \end{cases} \longrightarrow f(x) = ax^۲ + bx + c$$

$$\Rightarrow \frac{x_A + x_B}{۲} = x_S = -\frac{b}{۲a} \rightarrow -\frac{b}{۲a} = x_A + x_B$$

$$= ۳ + (-۱٫۵) = ۱٫۵$$

۴-

$$x_S = \frac{-۵+۳}{۲} = -۱ = -\frac{b}{۲a} \rightarrow \frac{-b}{a} = -۲ = S$$

$$(y-۱) = a(x-(-۱))^۲ \longrightarrow y = ax^۲ + ۲ax + a + ۱$$

$$\rightarrow \alpha^۲ + \beta^۲ = ۵ \rightarrow S^۲ - ۲P = ۵ \longrightarrow ۴ - ۲\left(\frac{a+۱}{a}\right) = ۵$$

$$\rightarrow ۴ - \frac{۲a+۲}{a} = ۵ \rightarrow \frac{-۲a-۲}{a} = ۱ \rightarrow a = \frac{-۲}{۳}$$

$$\Rightarrow \text{عرض از مبدا} = a + ۱ = -\frac{۲}{۳} + ۱ = \frac{۱}{۳}$$

-۸

$x^۲ = t \longrightarrow t^۲ - ۷t - ۵ = ۰ \longrightarrow t = \frac{۷ \pm \sqrt{۶۹}}{۲} \Rightarrow x^۲ = \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}$ ق ق

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}} \Rightarrow S = ۰ \, , \, P = -\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}$

$\Rightarrow ۲P^۲ - \underset{۰}{\cancel{۳S}}P + \underset{۰}{\cancel{۲S}} = ۲\left(-\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\right)^۲ = \frac{۱}{۲}\left(۴۹ + ۶۹ + ۱۴\sqrt{۶۹}\right)$

$= ۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}$