النا دادخواه تکلیف ۲۲ و ۲۳:

۱-

$\alpha = 5 - \beta \leftarrow \alpha + \beta = 5 \,,\, \alpha\beta = 2 \Rightarrow \beta^2 = 5\beta - 2 \to \beta^3 = 5\beta^2 - 2\beta = 5(5\beta - 2) - 3 = 23\beta - 10$

$\beta^4 = 23\beta^2 - 10\beta = 23(5\beta - 2) - 10\beta = 105\beta - 46 \to \beta^5 = 105\beta^2 - 46\beta = 105(5\beta - 2) - 46\beta \Rightarrow \beta^5 = 479\beta - 210$

$$\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2} = \frac{4(5-\beta) + 479\beta - 210}{5(5\beta - 2)} = \frac{20 - 4\beta + 479\beta - 210}{25\beta - 10} = \frac{475\beta - 190}{25\beta - 10} = \frac{95(5\beta - 2)}{5(5\beta - 2)} = 19$$

۲- چون عرض ها $y=4$ بوده پس متقارن اند:

$$\frac{3 + (-1.5)}{2} = \frac{1.5}{2} = \frac{75}{100} \to x = \frac{-b}{2a} \to r_1 + r_2 = \frac{-b}{a} \to h = \frac{r_1 + r_2}{2} \Rightarrow 2h$$

(محور تقارن)

$2 \times 0.75 = 1.5$

۳-

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{4}{3}K = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|1|} = \sqrt{4(K^2 - 5)} = 2\sqrt{K^2 - 5} \Rightarrow \frac{2}{3}K = \sqrt{K^2 - 5}$$

هر دو طرف به توان ۲

$$\frac{4}{9}K^2 = K^2 - 5 \to 5 = \frac{5}{9}K^2 \to K^2 = 9 \quad \left[\frac{K^2}{2}\right] \to \left[\frac{9}{2}\right] = 4$$

۴-

$y = ax^2 + bx + c$
$\begin{cases} y = 25a - 5b + c \\ y = 9a + 3b + c \end{cases} \to 16a - 8b = 0 \to 2a = b$

$\to$ ex+ $\left| \begin{matrix} \frac{-b}{2a} = -1 \\ 1 \end{matrix} \right.$

$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 5$

$S^2 - 2P = 5 \to 4 - 5 = -2P \to P = -\frac{1}{2}$

$\to S = \frac{-b}{a} = -2 \to S^2 = 4$

$y = a(x^2 + 2x - \frac{1}{2}) \Rightarrow 1 = a(1 - 2 - \frac{1}{2}) \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}(x^2 + 2x - \frac{1}{2}) \Rightarrow y = \frac{1}{3}$

۵-

$\alpha + \beta = 5 \xrightarrow{\text{محور تقارن}} = \frac{\alpha + \beta}{2} = 2.5$

$\to$ 1- $\Delta \geq \to (-5)^2 - 4(1)(-m) = 25 + 4m \geq 0 \to 4m \geq -25 \to m \geq -6.25$

2- $f(\frac{9}{2}) \geq 0 \to (4.5)^2 - 5(4.5) - m \geq 0 \to m \leq -2.25$

$\Rightarrow -6.25 \leq m \leq -2.25$

$\to m \in [-6, -5, -4, -3] \to$ ۴ مقدار

۶- چون تابع min دارد پس سهمی $\cup$ $m>0$ است.

$$y_{min} = \frac{-\Delta}{4a} = 2 \to \frac{-(144 - 4m(5m-1))}{4m} = 2 \to \frac{20m^2 - 4m - 144}{4m} = 2 \to \frac{4(5m^2 - m - 36)}{4m}$$

$$= 2 \to \frac{5m^2 - m - 36}{m} = 2 \to 5m^2 - m - 36 = 2m$$

$\to 5m^2 - m - 36 = 0 \to m = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$\frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(5)(-36)}}{10} = \frac{3 \pm \sqrt{729}}{10} = \frac{3 \pm 27}{10} \quad \begin{cases} m = 3 \ ✓ \\ m = \frac{-12}{5} \ ✗ \end{cases} \quad x = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{2m} = 2$$

۷-

$\alpha + \beta = -2a - 2 \,,\, \alpha\beta = 2a - 1 \,,\, \alpha\beta = 2a - 1$

اگر a و β و α یک تصاعد هندسی باشند پس:

$a^2 = \alpha\beta = 2a - 1 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \to (a-1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1$

۸-

$x^۲ = t \to t^۲ - ۷t - ۵ = ۰ \to \Delta = ۴۹ - ۴(-۵) = ۶۹ \to t = \frac{۷ \pm \sqrt{۶۹}}{۲} \Rightarrow t_۱ = \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}$ قق

$t_۲ = \frac{۷ - \sqrt{۶۹}}{۲}$ غق

$x^۲ = \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲} \to x_{۱,۲} = \pm\sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}} \to S =$ صفر $\quad P = ۷ + \sqrt{۶۹}$

$۲P^۲ - ۳SP + ۲S \to ۲P^۲ \to ۲P^۲ = ۲\left(\frac{۴۹ + ۱۴\sqrt{۶۹} + ۶۹}{۴}\right) = \frac{۱۱۸ + ۱۴\sqrt{۶۹}}{۲}$

$۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}$

۹-

$y = kx^۲ - ۴x - ۶ \Rightarrow x_{\text{رأس}} = \frac{-b}{۲a} = \frac{۴}{۲k} = \frac{۲}{k}$

$y_{\text{رأس}} = k\left(\frac{۲}{k}\right)^۲ - ۴\left(\frac{۲}{k}\right) - ۶ = \frac{۴}{k} - \frac{۸}{k} - ۶ = -\frac{۴}{k} - ۶$

$y = -۴x - ۴ \xrightarrow{x = \frac{۲}{k}} y = -۴\left(\frac{۲}{k}\right) - ۴ = -\frac{۸}{k} - ۴$

$-\frac{۴}{k} - ۶ = -\frac{۸}{k} - ۴ \longrightarrow \frac{۴}{k} = ۲ \to k = ۲$

$y_{\text{رأس}} = \frac{-۴}{۲} - ۶ = -۲ - ۶ = -۸$ ✓

۱۰-

$-mx^۲ + mx + ۱ = -m - x$

$-mx^۲ + (m+۱)x + ۱m = ۰$

$\to \Delta = b^۲ - ۴ac < ۰ \to (m+۱)^۲ - ۴(-m)(m+۱) < ۰$

$m^۲ + ۱ + ۲m + ۴m^۲ + ۴m = ۵m^۲ + ۶m + ۱ = (۵m+۱)(m+۱)$

$(۵m+۱)(m+۱) < ۰ \to -۱ < m < -\frac{۲}{۱۰} \to$ صحیح هیچ عددی ندارد

۱/۸