کیمیا داودی - ۳۲

14

۱-

$x^2 - 5x + 2 = 0 \qquad \left(\frac{4\alpha+\beta^5}{5\beta^2}\right)$

$\alpha + \beta = 5 \to \alpha = \beta - 5$

$\alpha\beta = 2 \qquad \frac{4(\beta-5)+\beta^5}{5\beta^2} = \frac{4\beta - 20 + \beta^5}{5\beta^2}$

$\beta^2 - 5\beta + 2 = 0 \rightsquigarrow \beta^2 = 5\beta - 2$

$\beta^3 = \beta\times\beta^2 = \beta(5\beta - 2) = 5\beta^2 - 2\beta$

$\beta^4 = \beta^3\cdot\beta \to (5\beta^2 - 2\beta)\beta = (5(5\beta-2) - 2\beta)\beta =$

$\beta(25\beta - 10 - 2\beta) = (23\beta - 10)\beta \to 23\beta^2 - 10\beta$

$\underline{23}(5\beta - 2) - 10\beta \to \underline{115\beta - 46 - 10\beta} = 105\beta - 46$

$\beta^5 = \beta^4\times\beta = (105\beta - 46)\beta \to 105\beta^2 - 46\beta \to$

$105(5\beta - 2) - 46\beta = 525\beta - 210 - 46\beta = 479\beta - 210$

$\beta^5 = 479\beta - 210$

صورت کسر $\to 4\alpha + \beta^5 = 4\underset{\beta-5}{\boxed{\alpha}} + 479\beta - 210 \to$

$4\alpha = 4(5 - \beta) = 20 - 4\beta$

$4\alpha + \beta^5 = (20 - 4\beta) + (479\beta - 210) =$

$\underline{475\beta - 190}$

مخرج $5\beta^2 = 5(5\beta - 2) = 25\beta - 10$

کل: $\frac{475\beta - 190}{25\beta - 10} = \frac{95\beta - 38}{5\beta - 2} \to \beta = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 8}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$ ✓

$\frac{5 + \sqrt{17}}{2} \to 5\beta - 2 = 5\times\frac{5 + \sqrt{17}}{2} - 2 = \frac{25 + 5\sqrt{17} - 4}{2} =$

$95\beta - 38 = 95\cdot\frac{5 + \sqrt{17}}{2} - 38 \to \frac{399 + 95\sqrt{17}}{2}$

$$ص_۰ \rightarrow \frac{\frac{۳۹۹+۹۵\sqrt{۱۷}}{۲}}{\frac{۲۱+۵\sqrt{۱۷}}{۲}} = \frac{۳۹۹+۹۵\sqrt{۱۷}}{۲۱+۵\sqrt{۱۷}} \rightarrow گویا \rightarrow$$

(۲)

$$(۲۱+۵\sqrt{۱۷})(۲۱-۵\sqrt{۱۷}) = ۴۴۱ - ۲۵\times۱۷ = ۴$$

$$ص_۰ \rightarrow \frac{۳۰۴}{۱۶} = \boxed{۱۹}$$

✓

---

۲ -

$$A(۳, -۴) , B(-۱٫۵ , -۴)$$

$$x = \frac{۳-۱٫۵}{۲} = \frac{۱٫۵}{۲} = ۰٫۷۵$$

$$y = a(x-h)^۲ + k \ , \ h=۰٫۷۵ \rightarrow \frac{-b}{۲a} = ۰٫۷۵ \rightarrow \frac{-b}{a} = ۱٫۵$$

$$y = a(x-۰٫۷۵)^۲ + k$$

$$r_۱ + r_۲ = \frac{-b}{a} = \underline{۱٫۵}$$

صفرها → ریشه‌ها

(۲) ✓

---

۳ -

$$x^۲ + ۲kx + ۵ = ۰ \rightarrow \alpha + \beta = -۲k$$

$$\alpha\beta = ۵$$

$$|\alpha - \beta| = \frac{۴}{۳}k$$

$$(\alpha-\beta)^۲ = (\alpha+\beta)^۲ - ۴\alpha\beta$$

$$(\alpha-\beta)^۲ = (-۲k)^۲ - ۴\times۵$$

$$= ۴k^۲ - ۲۰$$

$$\frac{۳}{۴}k$$

$$\left[\frac{k^۲}{۲}\right]$$

✓

$$\left(\frac{۴}{۳}k\right)^۲ = ۴k^۲ - ۲۰ \xleftarrow{ص}$$

$$k^۲ \rightarrow \frac{۱۶}{۹}k^۲ = ۴k^۲ - ۲۰$$

$$\frac{۱۶}{۹}k^۲ - ۴k^۲ = -۲۰$$

$$\frac{۱۶k^۲ - ۳۶k^۲}{۹} = -۲۰$$

$$-۲۰k^۲ = -۱۸۰ \rightarrow k^۲ = ۹ \rightarrow \frac{k^۲}{۲} = \frac{۹}{۲}$$

$$k = [۴٫۵] \uparrow$$

(۱٫۷۵)

$y = \alpha(x-h)^۲ + \cancel{k}\,۱$ $\qquad \alpha^۲+\beta^۲=۵$ $\qquad$ –۴

$S^۲ - ۲P = ۵$

$y = (x-h)^۲ + k$

$y = (x-h)^۲ + ۱$

$A(۳, y)$, $B(-۵, y)$ $\rightarrow$ $\cancel{\alpha}(۳-h)^۲ + \cancel{۱} = \cancel{\alpha}(-۵-h)^۲ + \cancel{۱}$ $\rightarrow$

$(۳-h)^۲ = (-۵-h)^۲$

$۹ - ۶h + \cancel{h^۲} = ۲۵ + ۱۰h + \cancel{h^۲}$

$-۱۶ = ۱۶h \rightarrow \underline{h=-۱}$

$y = ۰ \rightarrow ۰ = \alpha(x+۱)^۲ + ۱ \rightarrow \alpha(x+۱)^۲ = -۱ \xrightarrow[x\neq ۰]{[illegible]} x = -۱ \pm \sqrt{\frac{-۱}{\alpha}}$

$\alpha = -۱ - \sqrt{\frac{-۱}{\alpha}}$

$\beta = -۱ + \sqrt{\frac{-۱}{\alpha}}$

$\alpha^۲ + \beta^۲ = ۵ \rightarrow (-۱-S)^۲ + (-۱+S)^۲ = ۵$

$S = \sqrt{\frac{-۱}{\alpha}} \rightarrow (۱ + ۲S + S^۲) + (۱ - ۲S + S^۲) = ۵$

$۲ + ۲S^۲ = ۵ \rightarrow S^۲ = \frac{۳}{۲} \rightarrow \frac{-۱}{\alpha} = \frac{۳}{۲} \rightarrow \alpha = \frac{-۲}{۳} \rightarrow x = ۰ \,/\, y = \frac{۱}{۳}$

[illegible] $(۰, \frac{۱}{۳})$ [illegible]

② ✓

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^۲ - ۴ac}}{۲a} = \frac{-۵ \pm \sqrt{۲۵ + ۴m}}{-۲} \rightarrow x_۱ = \frac{۵ + \sqrt{۲۵+۴m}}{۲}$ $\qquad$ –۵

$\rightarrow x_۲ = \frac{۵ - \sqrt{۲۵+۴m}}{۲}$

$\alpha < ۰ \rightarrow m_۱$ – [illegible] $, m_۱ < \frac{۹}{۲} \rightarrow \frac{۵ + \sqrt{۲۵+۴m}}{۲} < \frac{۹}{۲} = \sqrt{۲۵ + ۴m} < ۴$

$m < \frac{-۹}{۴}$

$\Delta > ۰ \rightarrow ۲۵ + ۴m > ۰ \rightarrow m > -۶{,}۲۵$

m [illegible] $\leftarrow -۶{,}۲۵ < m < -۲{,}۲۵$

$m = \underbrace{-۶, -۵, -۴, -۳}_{\text{۴ تا}}$

② ✓

$\frac{-\Delta}{۴a} = \frac{۱۴۴ - ۴m(۵m-۱)}{۴m} = \frac{m(۵m-۱) - ۳۶}{m} \; \frac{۳۶}{\,} >$ $\qquad$ –۶

$\frac{m(۵m-۱)-۳۶}{۲m}=۲ \to ۵m^۲-m-۳۶=۲m \to ۵m^۲-۳m-۳۶=۰$

$(m-۳)(۵m+۱۲)=۰ \to m=۳ , m=\frac{-۱۲}{۵}$

$m=۳ \to y=۳x^۲-۱۲x+۱۴$ $+$ $x^۲$ ضریب ← تعیین علامت

$x=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۱۲}{۶}=۲$ ۲ ✓

-۷ $\frac{\alpha}{\alpha}=\frac{\beta}{\alpha} \to \alpha^۲=\alpha\beta \to \alpha+\beta=-۲(\alpha+۱) , \alpha\beta=۲\alpha-۱$

$\beta=\frac{\alpha^۲}{\alpha} \to$ جایگذاری در معادله

$\alpha+\frac{\alpha^۲}{\alpha}=-۲(\alpha+۱) \xrightarrow{\times\alpha} \alpha\alpha+\alpha^۲=-۲\alpha(\alpha+۱) \to \alpha^۲+\alpha\alpha+۲\alpha(\alpha+۱)=۰$ حل

$\alpha\times\frac{\alpha^۲}{\alpha}=۲\alpha-۱ \to \frac{\alpha^۳}{\alpha}=۲\alpha-۱ , \alpha^۲=\alpha\beta \to \alpha\beta=۲\alpha-۱$

$\beta=\frac{\alpha^۲}{\alpha}$

۰/۵

$\alpha+\frac{\alpha^۲}{\alpha}=-۲(\alpha+۱) \to \alpha^۲+\alpha\alpha+۲\alpha(\alpha+۱)=۰$

$\alpha\times\alpha^۲=\alpha(۲\alpha-۱) \to \alpha(-\alpha\alpha-۲\alpha(\alpha+۱))=\alpha(۲\alpha-۱)$

$-\alpha\alpha^۲-۲\alpha(\alpha+۱)\alpha=\alpha(۲\alpha-۱)=\alpha^۲+۲(\alpha+۱)\alpha+(۲\alpha-۱)=۰$

پایین صفحه بخون

که هیچ هر کدام که برقرار کند ← جواب تنها ⇐ $\alpha=\cancel{\frac{-۱}{۲}}$ جواب است

-۸ $x^۴-۷x^۲-۵=۰ \to x^۲=z \to z^۲-۷z-۵=۰$

جایگذاری $\to ۲P^۲-۳SP+۲S \to ۲\times(-۵)^۲-۳(۷)(-۵)+۲(-۵)=\underline{۱۴۵}$

۰

پایین صفحه بخون

-۹ $c=-۶ , b=-۴ , a=k$ $x=\frac{۴}{۲k}=\frac{۲}{k}$

$x=\frac{-b}{۲a}$ $y=\frac{-\Delta}{۴a}$ $y=k(\frac{۲}{k})^۲-۴(\frac{۲}{k})-۶=\frac{-۴}{k}-۶$

$-۴(\frac{۲}{k})-۴$

$\frac{-۴}{k}-۶=\frac{-۸}{k}-۴ \to \frac{(-۴+۸)}{k}=۲$ ۱٫۷۵

$۴=۲k \to k=۲ \to$ طول $=۱$ → عرض $=y=-۸$

-۱۰ $-mx^۲+mx+۱=-m-x \to -mx^۲+mx+۱+m+x=۰ \to$

$-mx^{۲} + (m+۱)x + (۱+۱)^{۲} + ۴m$

$\xrightarrow{x-۱} mx^{۲} - (m+۱)x - (۱+m) = ۰ \longrightarrow a < ۰ \longrightarrow \Delta = (-(m+۱))^{۲} - (۴m)$

$(-(m+۱)) = (m+۱)^{۲} + ۴m \times (m+۱) = (m+۱)((m+۱)+۴m)) \rightarrow$

$(m+۱)(۵m+۱) \longrightarrow (m+۱)(۵m+۱) < ۰$ $\rightarrow m=-۱$, $\rightarrow m=\frac{-۱}{۵}$

[illegible] $\longrightarrow -۱ < m < \frac{-۱}{۵} \longrightarrow$ [illegible]

$\textcircled{۲}$ ✓

$P = \alpha\beta = ۲a-۱$ $\qquad -۷$

$a^{۲} = \alpha\beta \longrightarrow a^{۲} = ۲a-۱ \longrightarrow (a-۱)^{۲} = ۰ \longrightarrow a = ۱$

$\xrightarrow{a=۱} x^{۲} + ۴x + ۱ = ۰ \qquad \Delta > ۰$ ✓

$x^{۴} - ۷x^{۲} - ۶ = ۰ \qquad x' + x'' = S \qquad xx' = P \qquad -۸$

$x^{۲} = t \qquad t^{۲} - ۷t - ۶ = ۰ \longrightarrow t = \frac{۷ \pm \sqrt{۴۹}}{۲}$

$x^{۲} = \frac{۷+\sqrt{۴۹}}{۲} \longrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۴۹}}{۲}}$

$\longrightarrow S = ۰ \ , \ P = -\frac{۷+\sqrt{۴۹}}{۲}$

$۲P^{۲} - ۲SP + ۲S = \left(-\frac{۷+\sqrt{۴۹}}{۲}\right)^{۲} = ۵۹ + ۷\sqrt{۴۹}$