سیده آرا هاشمی — تکلیف شماره ی ۲۳ — کلاس دهم دخترانه A

---

①

$y=a(x-h)^۲+k$ → رأس ← $(-۱,۹)$

نقطه ← $(۳,۱)$

$۱=a(\underbrace{۳+۱}_{۴})^۲+۹$ ۱۶

$۱=۱۶a+۹ \to ۱۶a=-۸ \to a=-\frac{۱}{۲}$

$y=-\frac{۱}{۲}\underbrace{(x+۱)^۲}_{x^۲+۱+۲x}+۹ \to -\frac{۱}{۲}x^۲ ... +\frac{۱۷}{۲}$

$$\boxed{y=-\frac{۱}{۲}x^۲-x+\frac{۱۷}{۲}}$$

---

②

$۲x^۲+mx+m+۶=۰$

داشتن ۲ ریشه‌ی حقیقی $\to \Delta>۰ \to m^۲-۴(۲)(m+۶) \Rightarrow m^۲-۸m-۴۸>۰$

$(m+۴)(m-۱۲)>۰$ ، -۴ ، $+۱۲$

$m<-۴ \leftarrow$ + -۴ − ۱۲ +

$m>۱۲$

مثبت

$۲>۰ \to a>۰$

$-\frac{b}{a}>۰ \to$ جمع ریشه‌ها $\to -\frac{m}{۲}>۰ \to m<۰$

$\frac{c}{a}>۰ \to$ ضرب ریشه‌ها $\to \frac{m+۶}{۲}>۰ \to m>-۶$

$-۶<m<۰$

$m<-۴$

$-۶<m<۰$

$\Rightarrow \cap \to -۶<m<-۴$

---

③

$۳x^۲+(۲m-۱)x+۲-m=۰$

داشتن ۲ ریشه‌ی حقیقی $\to \Delta>۰ \to \underbrace{(۲m-۱)^۲}_{۴m^۲-۴m+۱}-\underbrace{۴(۳)(۲-m)}_{-۲۴-۱۲m} \to ۴m^۲+۸m-۲۳>۰$

$\boxed{m=\frac{۷}{۲}} \to ۴(\frac{۷}{۲})^۲+۸(\frac{۷}{۲})-۲۳=۵۴>۰$ ✓

$m=-۱ \to ۴(-۱)^۲+۸(-۱)-۲۳=-۲۷$ ، $۴-۸$

$-۲۷<۰$ ✗

جمع ریشه‌ها $\to -\frac{b}{a}=-\frac{۲m-۱}{۳}$

معکوس ضرب ریشه‌ها $\to \frac{a}{c} \to \frac{۳}{۲-m}$

$-\frac{۲m-۱}{۳}=\frac{۳}{۲-m} \Rightarrow -\underbrace{(۲m-۱)(۲-m)}_{۴m-۲m^۲-۲+m}=۹ \Rightarrow ۲m^۲-۵m+۲=۹$

$۵m$

$۲m^۲-۵m-۷=۰$

$m^۲-۵m-\underset{۲\times۷}{۱۴}=۰$

$(m-۷)(m+۲)$

$\boxed{\frac{۷}{۲}}$ ، $-\frac{۲}{۲}=\boxed{-۱}$

---

④

$x=x^۲-۴ \to x^۲-x-۴=۰$

جمع ریشه‌ها $\to ۱$

ضرب ریشه‌ها $\to -۴$

$\alpha+\beta=(x_۱+x_۲)^۳-۳x_۱x_۲(x_۱+x_۲)+\frac{x_۱+x_۲}{x_۱x_۲}$

$۱+۱۲-\frac{۱}{۴}=\frac{۵۱}{۴}$

$\alpha\beta=(x_۱x_۲)^۳+(x_۱+x_۲)^۲-۲x_۱x_۲+\frac{۱}{x_۱x_۲}$

$-۶۴+۱+۸-\frac{۱}{۴}=-\frac{۲۲۱}{۴}$

$۴(x^۲-\frac{۵۱}{۴}x-\frac{۲۲۱}{۴})=۰ \to \boxed{۴x^۲-۵۱x-۲۲۱=۰}$

⑤

چاق

$$\left(\frac{\sqrt[3]{x^4}+1+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}}\right)(\sqrt[3]{x^2}-1)=2\sqrt[3]{x} \Rightarrow \frac{x^2-1}{\sqrt[3]{x^2}}=2\sqrt[3]{x}$$

$$x^2-1=2x \Longrightarrow x^2-2x-1=0$$

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a} \to -\frac{-2}{1}=\boxed{+2}$$

---

⑥

$$3x^2-ax+4=0 \qquad \alpha=3\beta$$

$$\to \beta=\frac{2}{3} \to \alpha=3\times\frac{2}{3}=2 \qquad \alpha+\beta=2+\frac{2}{3}=\frac{8}{3} \to \boxed{a=8}$$

$$\to \beta=-\frac{2}{3} \to \alpha=3\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-2 \qquad \alpha+\beta=-2-\frac{2}{3}=-\frac{8}{3} \to a=-8$$

$$\alpha+\beta=\frac{a}{3}$$

$$8-(-8)=\boxed{16}$$

$$\alpha\beta=\frac{4}{3} \Rightarrow 3\beta\times\beta=\frac{4}{3} \to 3\beta^2=\frac{4}{3} \to \beta^2=\frac{4}{9} \to \beta=\pm\frac{2}{3}$$

---

⑦

سهمی رو به بالا $\to a>0$

باز

x رأس $>0 \to -\frac{3+2a}{a}>0 \to \frac{2a+3}{a}<0$

$$y=x(ax+2a+3)$$

$\downarrow$

0

$-\frac{3}{2}$ $\quad 0$

$+ \quad - \quad +$

$$-\frac{3}{2}<a<0$$

$a>0$

$-\frac{3}{2}<a<0 \ \cap \ \boxed{0}$

کمترین مقدار

---

⑧

$y=x^2+ax-2 \to$ x رأس $-\frac{b}{2a}=-\frac{a}{2}$ $\qquad -1=-\frac{a}{2} \to 2$

$y=-x^2-2x+b \to$ x رأس $\to -\frac{b}{2a}=-\frac{-2}{-2}=\boxed{-1}$

$$x^2+2x-2=1 \to x^2+2x-3=0$$

$$(x+3)(x-1)=0$$

$$-3 \qquad 1$$

$$-x^2-2x+b=1 \Rightarrow -1-2+b=1 \to b=4$$

جایگذاری $x=1$

$$ab=2\times4=\boxed{8}$$

---

⑨

$2x^2-ax+b=0 \to S=\frac{a}{2}$ $\quad \left(\frac{a}{2}=1-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow a=2-1=①$

$$\left[\frac{-\frac{6}{2}}{\frac{4}{2}}\right]=\boxed{-2}$$

$$S=-\frac{a}{2a}=-\frac{1}{2}$$

$$2x^2+x-6=0 \to x^2+x-12=0$$

$$(x+4)(x-3)$$

$-\frac{4}{2}=(-2)$ $\quad \left(\frac{3}{2}\right)$

$$\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=\frac{4}{2}=2\ \alpha$$

$$-\frac{4}{2}+\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}\ \beta$$

$$\alpha\beta=-3 \to \frac{b}{2}=b=-6$$

---

⑩

$$x^2+6x+m=0 \qquad \alpha+\beta=-\frac{b}{a}=-6$$

$$x^2+4x-3m=0 \qquad \alpha+\beta_2=-4$$

$$(\cancel{\alpha}+\beta)-(\cancel{\alpha}+\beta_2)=K$$

$$\beta-\beta_2=\boxed{K}$$