هلیا عرب

1) $9 = a - b + c$ $\quad -\dfrac{b}{2a} = -1$

$1 = 9a + 3b + c$ $\quad -b = 2a \Rightarrow b = 2a$

$$2\text{-}1\begin{cases} 9 = a - 2a + c & (-a) \\ 1 = 9a + 6a + c & (15a) \end{cases} \Rightarrow -8 = 16a \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \rightarrow b = 2 \times -\frac{1}{2} = -1$$

ضابطه $= -\dfrac{1}{2}x^2 - x + \dfrac{17}{2}$ $\quad -a + c = 9$

$c = 9 - \dfrac{1}{2} \Rightarrow c = \dfrac{17}{2}$

---

2) $2x^2 + mx + m + 6 = 0$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0$

$S = -\dfrac{b}{a} > 0 \Rightarrow -\dfrac{m}{2} > 0$ $\quad m < 0$ (1) $\quad m^2 - 4(2)(m+6) > 0$

$P = \dfrac{c}{a} > 0 \Rightarrow \dfrac{m+6}{2} > 0 \Rightarrow m + 6 > 0$ $\quad m^2 - 8m - 48 > 0 \Rightarrow m > 12$ (3)

$(m-12)(m+4)$ $\quad m < -4$ (4)

$\boxed{-6 < m < -4}$ $\quad m > -6$ (2)

---

3) $\dfrac{-b}{a} = \dfrac{1}{\frac{c}{a}} \Rightarrow -\dfrac{b}{a} = \dfrac{a}{c} \Rightarrow \dfrac{-2m+1}{2} = \dfrac{3}{2-m} \Rightarrow -4m + 2 + 2m^2 - m = 9$

$\Delta < 0 \leftarrow 2x^2 - x + 5 = 0 \leftarrow$ غ ق ق $\leftarrow m = -1$ $\quad a + c = b$ $\quad \leftarrow 2m^2 - 5m - 7 = 0$

$\Delta > 0 \leftarrow m = -\dfrac{c}{a} \Rightarrow \boxed{\dfrac{7}{2}}$

---

4) $x = x^2 - 4 \Rightarrow x^2 - 4 - x = 0$

$x_1 + x_2 = 1$ $\quad S = x_2^3 + \dfrac{1}{x_1} + x_1^3 + \dfrac{1}{x_2} = \underbrace{x_1^3 + x_2^3}_{S^3 - 3PS} + \underbrace{\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2}}_{\frac{x_1 + x_2}{x_1 \times x_2}}$

$x_1 \cdot x_2 = -4$

$P = \left(x_2^3 + \dfrac{1}{x_1}\right)\left(x_1^3 + \dfrac{1}{x_2}\right) =$ $\quad \downarrow$

$P^3 + \underbrace{x_2^2 + x_1^2}_{S^2 - 2P} + \dfrac{1}{P} =$ $\quad 1 + 12 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{51}{4}$

$y \overset{\times 4}{=} \left(x^2 - \dfrac{51}{4}x - \dfrac{221}{4}\right)$ $\quad -64 + 9 - \dfrac{1}{4} = -\dfrac{221}{4}$

$0 = 4x^2 - 51x + 221$

---

5) $\sqrt[3]{x} = t \Rightarrow \left(t^2 + \dfrac{1}{t^2} + 1\right)(t^2 + 1) = 2t \Rightarrow \cancel{t^2(t^2 - 1) + \dfrac{1}{t^2}(t^2 - 1)}$

و $x = t^3$ $\quad t^4 - t^2$ $\quad 1 - \dfrac{1}{t^2}$ $\quad t^2 - 1$

$t^6 - 2t^3 - 1 = 0 \leftarrow t^6 - \dfrac{1}{t^?} = 2t^3 \leftarrow t^2 \times \left(t^4 - \dfrac{1}{t^2}\right) \leftarrow t^2 - \dfrac{1}{t^2}$

$x = \dfrac{2 \pm \sqrt{8}}{2} \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$

$x_1 + x_2 = 1 + \cancel{\sqrt{2}} + 1 - \cancel{\sqrt{2}} = \boxed{2}$

۶) $\alpha = ۳\beta \Rightarrow ۴\beta = \frac{\alpha}{۴} \Rightarrow \alpha = ۱۲\beta$

$\alpha \cdot \beta = \frac{۴}{۳} \Rightarrow ۳\beta^۲ = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \beta^۲ = \frac{۴}{۹} \Rightarrow \beta_۱ = \frac{۲}{۳} \times ۱۲ = ۸$

$\beta_۲ = \frac{-۲}{۳} \times ۱۲ = -۸$

$۸ - (-۸) = ۱۶$

---

۷) $y = x(ax + (۳+۲a)) = ۰$

$x = ۰$

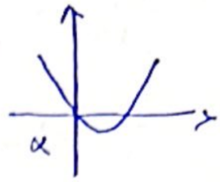
$ax + (۳+۲a) = ۰ \Rightarrow x = \frac{-۳-۲a}{a} > ۰$

به ازای مقدار

$a > ۰$

$y = -x \Rightarrow a = ۰$

$\Rightarrow \beta + \alpha = \frac{-b}{a} > ۰$



$-\frac{۳}{۲}$		۰	
$-$	$+$		$-$

---

۸) $y = x^۲ + ۲ax - ۲$, $y = -x^۲ - ۲x + b$

طول رأس $= \frac{-b}{۲a} = \frac{-a}{۲} \Rightarrow x_۲ = \frac{-(-۲)}{۲(-۱)} = \frac{۲}{-۲} = -۱$

$\frac{-a}{۲} = -۱ \Rightarrow a = ۲$

$x^۲ + ۲x - ۲ = ۱ \to x^۲ + ۲x - ۳ = ۰ \Rightarrow (x+۳)(x-۱) = ۰ \to x = ۱ , x = -۳$

$-x^۲ - ۲x + b \xrightarrow{x=۱} y = -۱ - ۲ + b = b - ۳$

$x = -۳ \Rightarrow y = -۹ + ۶ + b = b + ۳$

$\Rightarrow b - ۳ = ۱ \Rightarrow b = ۴$

$a \cdot b = ۸$

---

۹) $۲x^۲ - ax + b = ۰$, $x_۱, x_۲$

$S = \frac{a}{۲}$

$P = \frac{b}{۲}$

$۲x^۲ + ax - ۶ = ۰$, $y_۱, y_۲$

$S = -\frac{\alpha}{۲\alpha} = -\frac{۱}{۲}$

$P = -\frac{۳}{a}$

$x_۱ + x_۲ = y_۱ + y_۲ + ۲ \times \frac{۱}{۲} \to \frac{a}{۲} = -\frac{۱}{۲} + ۱$

$a = ۱$

$x_۱ x_۲ = (y_۱ + \frac{۱}{۲})(y_۲ + \frac{۱}{۲}) \to y_۱ \times y_۲ + \frac{۱}{۲}(y_۱ + y_۲) + \frac{۱}{۴}$

$-۳ + \frac{۱}{۲}(-\frac{۱}{۲}) + \frac{۱}{۴} = -۳$

$x_۱ \times x_۲ = -۳ = \frac{b}{۲} \Rightarrow b = -۶$

$\left[\frac{-۶ \times ۱}{۴}\right] = -۲$

---

۱۰) $x^۲ + ۶x + m = ۰$, α , β

$x^۲ + ۲x - ۳m = ۰$, α , β'

$\alpha + \beta = -۶$

$(x-۱)\alpha + \beta' = -۲$

$\alpha + \beta = -۶$

$-\alpha + \beta' = ۲$

$\beta - \beta' = -۴$