① $\frac{-b}{۲a} = -۱ \Rightarrow ۲a = b$

$\left.\begin{matrix} ۱ = ۹a + ۴a + c \\ ۹ = a - ۲a + c \end{matrix}\right\} -۸ = ۱۴a \Rightarrow a = -۲$

$a = -۲ \Rightarrow b = -۴ \Rightarrow c = ۳۱ \Rightarrow y = -۲x^۲ - ۴x + ۳۱$

② $۲x^۲ + mx + (m+۴) = ۰ \quad a = ۲ , b = m , c = m + ۴$ ریشه مثبت

۱ـ $\Delta \geq ۰ \Rightarrow m^۲ - ۴(۲)(m+۴) \geq ۰ \Rightarrow m^۲ - ۸m - ۴۸ \geq ۰$

$\Rightarrow (m-۱۲)(m+۴) = ۰ \Rightarrow m = ۱۲ , m = -۴$ $\quad \begin{matrix} & -۴ & & ۱۲ & \\ + & ○ & - & ○ & + \end{matrix}$

$\Rightarrow m \in (-\infty , -۴] \cup [۱۲ , +\infty)$

۲ـ $P > ۰ \Rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{m+۴}{۲} > ۰ \Rightarrow m + ۴ > ۰ \Rightarrow m > -۴$

۳ـ $S > ۰ = \frac{-b}{a} = \frac{-m}{۲} > ۰ \Rightarrow -m > ۰ \Rightarrow m < ۰$

$\left.\begin{matrix} m \leq -۴ , m \geq ۱۲ \\ m > -۴ \\ m < ۰ \end{matrix}\right\} \cap \Rightarrow -۴ < m \leq -۴ \Rightarrow m \in (-۴ , -۴]$

③ $۳x^۲ + x(۲m-۱) + (۲-m) = ۰ \quad a = ۳ , b = ۲m - ۱ , c = ۲ - m$

$x_۱ + x_۲ = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۲m+۱}{۳} , \quad x_۱x_۲ = \frac{c}{a} = \frac{۲-m}{۳}$

$\Rightarrow x_۱ + x_۲ = \frac{۱}{x_۱x_۲} \Rightarrow -\frac{۲m-۱}{۳} = \frac{۱}{\frac{۲-m}{۳}} \Rightarrow -\frac{۲m-۱}{۳} = \frac{۳}{۲-m}$

$\Rightarrow (-۲m+۱)(۲-m) = ۹ \Rightarrow -۴m + ۲m^۲ + ۲ - m = ۹ \Rightarrow ۲m^۲ - ۵m - ۷ = ۰$

$\Rightarrow m = \frac{۵ \pm \sqrt{۸۱}}{۴} \Rightarrow m = \frac{۷}{۲}$ یا $m = -۱$

$\Delta = ۴(\overset{۴۹}{\cancel{\tfrac{۱۶۹}{۴}}}) + ۲\overset{۵}{\cancel{۸}} - ۲۴ = ۵۴$ ✓

[illegible] $\Delta \geq ۰$: $\Rightarrow \Delta \Rightarrow (۲m-۱)^۲ - ۴ \times ۳ \times (۲-m) = ۴m^۲ + ۸m - ۲۳$

$m = \frac{۷}{۲} \xrightarrow{+}$ ✓

$m = -۱ \Rightarrow$ ✗ $\quad \Delta = ۴ - ۸ - ۲۳ = -۲۷$ ✗

$\Rightarrow m = \frac{۷}{۲}$

Senobar

Scanned with CamScanner

④ $x^۲ - x - ۴ = ۰ \longrightarrow x_۱ + x_۲ = ۱ , \quad x_۱ x_۲ = -۴$

$y_۱ = x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱} , \quad y_۲ = x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲} \rightsquigarrow y^۲ - Sy + P = ۰$

$\to S = (x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱}) + x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲}) = (x_۱^۳ + x_۲^۳) + (\frac{۱}{x_۱} + \frac{۱}{x_۲})$

$= (x_۱ + x_۲)^۳ - ۳x_۱x_۲(x_۱ + x_۲) = ۱ - ۳(-۴)(۱) = ۱۳$ $\quad \hookrightarrow \frac{x_۱ + x_۲}{x_۱ x_۲} = -\frac{۱}{۴}$

$\Rightarrow S = ۱۳ - \frac{۱}{۴} = \frac{۵۱}{۴}$

$\to P = (x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱})(x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲}) = x_۱^۳ x_۲^۳ + x_۱^۳ \times \frac{۱}{x_۱} + x_۲^۳ \times \frac{۱}{x_۲} + \frac{۱}{x_۱ x_۲}$

$\Rightarrow P = (x_۱ x_۲)^۳ + (x_۱^۲ + x_۲^۲) + \frac{۱}{x_۱ x_۲} \Rightarrow (-۶۴) + ۹ + -\frac{۱}{۴} = \frac{-۲۲۱}{۴}$

$\rightsquigarrow y^۲ - \frac{۵۱}{\cancel{۴}} y - \frac{۲۲۱}{\cancel{۴}} = ۰ \Rightarrow ۴y^۲ - ۵۱y - ۲۲۱ = ۰$

⑤ $x_۱ + x_۲ = ?$

$$\left(\sqrt[۳]{x^۲} + \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲}} + ۱\right)\left(\sqrt[۳]{x^۲} - ۱\right) - ۲\sqrt[۳]{x} = ۰$$

$x\sqrt[۳]{x} - \sqrt[۳]{x^۲} + ۱ - \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲}} + \sqrt[۳]{x^۲} - ۲ = ۲\sqrt[۳]{x}$

$\left((x - ۲ - \frac{۱}{x}) = ۲\right)^{\times x} \quad x^۲ - ۲x - ۱ = ۲x \rightarrow x^۲ - ۴x - ۱ = ۰$

$x_۱ + x_۲ = \frac{-b}{a} = ۴$

Senobar

Scanned with CamScanner

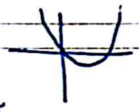
⑥ $x_۱=r$, $x_۲=۳r$

$x_۱x_۲=\frac{۴}{۳} \Rightarrow ۳r^۲=\frac{۴}{۳} \Rightarrow r^۲=\frac{۴}{۹} \Rightarrow r=\pm\frac{۲}{۳}$

$x_۱+x_۲=۴r=\frac{-b}{a} \xrightarrow{b=-a} \frac{a}{۳} \Rightarrow ۴r=\frac{a}{۳} \Rightarrow a=۱۲r$

$r=\frac{۲}{۳} \longrightarrow a=۸$, $r=-\frac{۲}{۳} \longrightarrow a=-۸$, $|۸-(-۸)|=۱۶$

⑦ $y=ax^۲+(۳+۲a)x \xrightarrow{x=۰ \Rightarrow y=۰}$ حتماً از مبداء می‌گذرد



$x\underset{۲}{<}۰$, $y\geq ۰$ $\overset{\substack{۳+۲a>۰ \\ ۲a<-۳}}{a<-\frac{۳}{۲}}$ $a<-\frac{۳}{۲}$ $(۲a+۳)^۲>۰$ $a\neq -\frac{۳}{۲}$ $۰\ \ -\frac{۳}{۲}$

$-\frac{۳}{۲}<a<۰$ به ازای هیچ مقدار $\boxed{a}$

⑧ $-x^۲-۲x+b$, $x^۲+۳x-۲$

$x=۱ \Rightarrow -۱-۲+b=۱$ $\qquad \frac{-۲}{۲}=-۱ \Rightarrow ۱-۲-۲=-۳$

$\boxed{b=۴}$ $\qquad x^۲+۳x-۲=۱ \Rightarrow x^۲+۳x-۴=۰$

$-۴,۱$

$\boxed{a+b=۸}$ $\qquad \Rightarrow (x+۴)(x-۱)=۰$ $\boxed{-۴,۱}$

⑨ $۲at^۲+at-۶=۰ \rightarrow ۲(t+\frac{۱}{۲})^۲-a(t+\frac{۱}{۲})+b=۰$

$\rightarrow ۲t^۲+(۲-a)t+\frac{۱-a}{۲}+b = ۲at^۲+at-۶=۰$

$\rightarrow ۲a=۲$, $a=۱$

$\frac{۱-۱}{۲}+b=-۶ \Rightarrow b=-۶$

$[\frac{ab}{۴}]=[\frac{-۶}{۴}]=[\frac{-۳}{۲}]=\boxed{-۲}$

Scanned with CamScanner

کوثر عابدینی

⑩ $۴x = -۴m \rightarrow x = -m$

$m^۲ - ۶m + m = ۰ \rightarrow m^۲ = ۵m \rightarrow m = ۵ \rightarrow x^۲ + ۲x - ۱۵ = ۰$

$\rightarrow (x+۵)(x-۳) = ۰ \quad -۵, ۳ \qquad x^۲ + ۶x + ۵ = ۰ \rightarrow (x+۵)(x+۱) = ۰$

-۵ و -۱

$|۳ - (-۱)| = \boxed{۴}$

Scanned with CamScanner