

① فرض کنید $A(-1, 9)$ رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ باشد. گذرا بر نقطه $(3, 1)$ باشد. معادله سهمی را بیابید.

$$y = a(x+1)^2 + 9 \rightarrow 1 = a(3)^2 + 9 \rightarrow 1 = 9a + 9$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + 9 \rightarrow -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{17}{4}$$

② معادله درجه دوم $2x^2 + mx + m + 6 = 0$ دارای ۲ ریشه ی مثبت است. معادله m را بیابید.

$$\Delta > 0 \quad (7)$$

$$m^2 - 4(m+6) > 0$$

$$m^2 - 4m - 24 > 0 \rightarrow (m-12)(m+2) > 0 \quad \text{حسب ریشه ها } 0 < 0$$

$$-\frac{m}{2} > 0 \Rightarrow m < 0$$

$$0 < \text{محل ضرب} < 0 \quad (2)$$

$$\frac{m+6}{2} > 0 \rightarrow m > -6$$

$$\therefore -6 < m < 12$$

③ معادله درجه دوم $3x^2 + (2m-1)x + 2-m = 0$ دارای دو ریشه ی حقیقی است. اگر مجموع ریشه ها با عکس آن محل ضرب آن دو ریشه برابر باشد. مقدار m را بیابید.

$$\text{محل ضرب} = \frac{1}{3} \quad \text{مجموع} = \frac{2-m}{3} \quad \text{فراریشه ها} = \frac{1-2m}{3}$$

$$\frac{1-2m}{3} = \frac{1}{2-m} \rightarrow (1-2m)(2-m) = 3$$

$$2m^2 - 5m - 1 = 0 \rightarrow m = \frac{5 \pm 9}{4} \rightarrow m = \frac{14}{4} \text{ یا } m = -1$$

(4) فرض کنید u_1 و u_2 ریشه های معادله $x^3 - 5x^2 + 4x - 1 = 0$ باشند. معادله ای بنویسید که ریشه های آن

$$\begin{aligned}
 & u_1^2 - u_2 - 4 = 0 \rightarrow s = 1 \\
 & \rightarrow p = -4 \\
 & u_1^2 = u_2 + 4 \\
 & u_1^3 = 5u_1 + 4 \\
 & \frac{1}{u_1} = \frac{u_1 - 1}{5} \\
 & u_1^3 + \frac{1}{u_1} = \frac{5u_1 + 4}{5} \rightarrow \frac{5 - 21u_1 + 19}{5} \\
 & s' = \frac{51}{5} \\
 & p' = -\frac{153}{5} \\
 & u_1^2 - \frac{51}{5}u_1 - \frac{153}{5} = 0 \xrightarrow{\times 5} 5u_1^2 - 51u_1 - 153 = 0
 \end{aligned}$$

(5) فرض کنید u_1 و u_2 جواب معادله های $(\sqrt[3]{u^3} + \frac{1}{\sqrt[3]{u^3}} + 1)(\sqrt[3]{u^3} - 1) = 0$ باشند

$$\begin{aligned}
 & t = \sqrt[3]{u} \rightarrow t^3 + t^2 - 2t = 0 \\
 & t(t^2 + t - 2) = 0 \\
 & t = 0, 1, -2 \\
 & u = 0, 1, -8 \\
 & u_1 + u_2 = -1
 \end{aligned}$$

(6) به ازای دو مقدار a با یک ریشه معادله $3u^2 - au + 4 = 0$ برابر ریشه های دیگر است با اختلاف $\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned}
 & 3u^2 - au + 4 = 0 \\
 & u_1 = r, u_2 = \frac{4}{3r} \\
 & u_1 + u_2 = \frac{a}{3} \\
 & r + \frac{4}{3r} = \frac{a}{3} \rightarrow a = 12r \\
 & a = -1, a = 1 \rightarrow 1 - (-1) = 2
 \end{aligned}$$

(ج) ازای چند مقدار a معی $a x^2 + (3+2a)x$ و a که ازنا سه سوم محور مضاعفات می گذرد.

$$y = a x^2 + (3+2a)x \rightarrow a \geq 0$$

(۱) صورتها درن معی های $y = x^2 + a x$ و $y = -x^2 - 2x + b$ مشترک هستند. اگر از ۲ نقطه با عرضی

یک ن روی همی، خط a که ۲ نوبه مقدار a برابر است.

$$\begin{aligned} a \times b &= 1 \\ \left. \begin{aligned} -\frac{a}{2} &= -1 \\ b &= 1 \end{aligned} \right\} \text{ صورتها درن معی } \\ a &= 2 \end{aligned}$$

(۲) رابطه با معادله $2x^2 - a x + b = 0$ و $2ax^2 + 4x - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار $\left\{ \frac{a}{b} \right\}$ را بیابید.

$$\left. \begin{aligned} 2x^2 - a x + b &= 0 \\ 2ax^2 + 4x - 6 &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{a}{b} = 1$$

(۱۰) معادله های $x^2 + 4x + m = 0$ و $x^2 + 2x - 3m = 0$ یک ریشه مشترک غیر صفر دارند، افلا فریته های غیر مشترک را

$$\left. \begin{aligned} x^2 + 4x + m &= 0 \\ x^2 + 2x - 3m &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} &\text{ریشه مشترک غیر صفر} \\ &m = -3 \\ &\left. \begin{aligned} &\text{افلا ندیته های} \\ &\text{غیر مشترک} \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$