①

الف) $ext \mid x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{4} = 1$ ، $a > 0 \longrightarrow min$

$y = 2(1)^4 - 4(1) + 1 = 2 - 4 + 1 = -1$

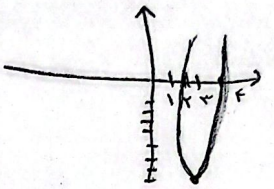
ب) $ext \mid x = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$ ، $a < 0 \longrightarrow max$

$y = -2\left(\frac{3}{4}\right)^4 + 3\left(\frac{3}{4}\right) - 5 = \frac{-9}{8} + \frac{9}{4} - 5 = \frac{-31}{8}$

④

الف) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$ ، راس $= [\begin{smallmatrix}3\\-8\end{smallmatrix}]$

$y = (3)^2 - 18 + 1 = -8$ ، $a > 0 \longrightarrow min$

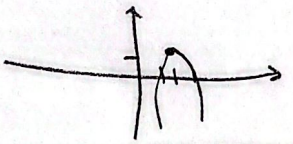


x	2	3	4
y	1	-8	1

ب) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$ ، $a < 0 \longrightarrow max$

راس $\longrightarrow [\begin{smallmatrix}2\\1\end{smallmatrix}]$

$y = -4 + 4 + 1 = 1$



x	1	2	3
y	4	1	4

③

$\alpha\beta = -2 , \alpha + \beta = 1 \longrightarrow x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0 \longrightarrow x^2 - x - 2 = 0$

$4x^3 + 12x^2 - 9x - 2 \;\big|\; x^2 - x - 2$

$4x^3 - 4x^2 - 8x$ ، $4x + 12 + 4$

$(12+4)x^2 - x - 2$

$(12+4)x^2 - (12+4)x - 2(12+4)$

$(12+4)x + 2(12+4)$ ← باقی‌مانده $= 0$ ← $12 + 3 = 0 \longrightarrow \boxed{12 = -3}$

⑤

$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = 1$ ← به توان ۲ ← $\alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = 1 \longrightarrow 3m - 2\sqrt{m} - 1 = 0 \longrightarrow \sqrt{m} = t$

$3t^2 - 2t - 1 = 0 \longrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \longrightarrow (t - \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} = 0$

$= (t-1)(3t+1) = 0 \longrightarrow t = 1 , t = -\frac{1}{3}$

چون $t = \sqrt{m}$ پس $t = 1$ ← $\boxed{m = 1}$

مجموع ریشه‌ها $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{3m}{1} = 3m$

ضرب ریشه‌ها $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = m$

$2x^2 - mx - m = 0$ ← ضرب ریشه‌ها $= \frac{c}{a} = \frac{-m}{2} = \boxed{\frac{-1}{2}}$

⑤

نقطه برخورد با محور y ← $x=0$ ← $y=m$ ← $2(0)^2-(m+2)0+m=y$ ← m یک راس $[\begin{smallmatrix}0\\m\end{smallmatrix}]$

منظور از تابع ← قطع کردن محور x ← مثلا ریشه های α و β ← $2x^2-(m+2)x+m=0$

$[\begin{smallmatrix}\beta\\0\end{smallmatrix}]$ و $[\begin{smallmatrix}\alpha\\0\end{smallmatrix}]$ $|\alpha-\beta|$ = فاصله ارتفاع مثلث $=m$

$\frac{1}{2}\times|\alpha-\beta|\times m=\frac{3}{4}\rightarrow|\alpha-\beta|\times m=\frac{3}{2}\rightarrow|\alpha-\beta|=\frac{3}{2m}$

$|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{(m+2)^2-4(2)(m)}}{2}=\frac{\sqrt{(m-2)^2}}{2}=\frac{|m-2|}{2}=\frac{3}{2m}\rightarrow|m-2|=\frac{3}{m}$

$m=-1$ یا $m=3$ ← $(m-3)(m+1)=0$ ← $m^2-2m-3=0$ ← $m-2=\frac{3}{m}$ ← ① ← دوحالت

$y=x^2-mx+1$ سهمی طول راس $=\frac{-b}{2a}=\frac{m}{2}\rightarrow-\frac{1}{2},\frac{3}{2}$

① ← $m+2=\frac{3}{m}\rightarrow m^2+2m=3\rightarrow m^2+2m-3=0\rightarrow(m+3)(m-1)=0\rightarrow m=-3,m=1$

$y=x^2-mx+1$ ← سهمی طول راس $=\frac{-b}{2a}=\frac{m}{2}\rightarrow\frac{-3}{2},\frac{1}{2}$

---

⑥

$\frac{9}{8}=\frac{4a^2-9}{4a}=\frac{-(9-4a^2)}{4a}=\frac{-(b^2-4ac)}{4a}=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{7}{8}\rightarrow$ $a>0$ $\rightarrow$ $\min=\frac{7}{8}$

$32a^2-72-28a=0\rightarrow a^2-28a-2304=0\rightarrow(a-2)(32a+36)\rightarrow a=2,a=-\frac{9}{8}$

ولی a باید بزرگتر ۱ باشد پس $a=2$

---

⑦

معادله اول) $a=2n+1$ پس $\frac{c}{a}=$ ضرب ریشه ها ← $x^2-(a+1)x+a$ ← $\frac{-b}{a}=$ جمع ریشه ها ← $1+n=2+2n\rightarrow n=0,n+2$ ← از طرفی $a+1=$ جمع ریشه ها

ضرب ریشه $=n(n+2)=n^2+2n\rightarrow n^2+2n=a$

پس ریشه ها ۱ و ۳ ← $n=1\rightarrow n^2=1,2n+1=3$ ← پس $n^2+2n=2n+1$

معادله دوم) $m+2$ و m = ریشه ها $=\frac{-b}{a}=10\rightarrow a=3$

ضرب ریشه ها $=24$ ← پس ریشه ها $=m=4$ و $m+2=6$ ← $2m+2=8\rightarrow 2m=8$

احتمال ضرب $=2403$ ← $\frac{24!}{2!}$ ← $\frac{24!}{22!}=24\times23$

---

⑧

راس سهمی $=\frac{-b}{2a}\rightarrow\frac{-a}{2a}=\frac{1}{2}=$ مختص x راس سهمی اول ← $y=\frac{9}{6}+2$

باید در دومی صدق کند ← $(\frac{1}{2},\frac{9}{6}+2)\rightarrow-\frac{b}{2}=1-\frac{a}{6}+2\rightarrow a=-12$

راس $=\frac{-b}{2a}=\frac{1}{4}$ مختص y راس سهمی دوم ← $y=1-\frac{b}{8}$ ← $(1-\frac{b}{8},\frac{1}{4})\rightarrow-\frac{b}{8}=-1-\frac{12}{16}+3\rightarrow-\frac{b}{8}=\frac{-6}{8}$

$-16-25=-41\rightarrow-25=-9\rightarrow-25=-42$

$b-a=-42-(-12)=-30$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{\beta}{25\alpha} \rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{25} \rightarrow \alpha = \pm\frac{1}{5}$$

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{4}{5}$$ یا $$\frac{4}{5}$$ چون β باید بزرگتر از α باشد پس $\frac{4}{5}$ نمی‌شود

$\alpha = -\frac{1}{5}$ ، $\beta = 1$ ∴

راه‌حل اول

$a+b$ = جمع ریشه‌ها $= a^2+b^2-12 = a^2b^2+1-12 = a^2b^2-11$ (10)

$(a+b-1=ab)^2 \rightarrow (a+b=ab+1)^2$

$ab=s$

$s^2-12=s$

$a^2+b^2+2ab = a^2b^2+1+2ab$

$s^2-s-12=0$

$(s-4)(s+3)=0$

$s=4 \quad s=-3 \rightarrow$ غیرممکن $\rightarrow s=4$

$p=s^2-11$

$p=16-11 \rightarrow p=5$