زهرا دهقانی — دهم دختران A — تکالیف شماره ۲۴

۲۰

1

الف) $y = 2x^2 - 4x + 1$

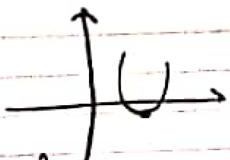
رأس سهمی → $\begin{cases} x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{4} = 1 \\ y = 2(1)^2 - 4(1) + 1 = -1 \end{cases}$

رأس سهمی ⇒ $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

نوع اکسترمم

$a > 0$

پس اکسترمم کمینه دارد min



سهمی رو به بالا است

به عنوان مثال، وگرنه این شکل سهمی این سوال نیست

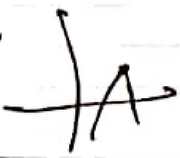
ب) $y = -2x^2 + 3x - 5$ رأس سهمی ⇒ $\begin{cases} x = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} \\ y = -2(\frac{3}{4})^2 + 3(\frac{3}{4}) - 5 = -\frac{31}{8} \end{cases}$

رأس سهمی ⇒ $\begin{bmatrix} \frac{3}{4} \\ -\frac{31}{8} \end{bmatrix}$

نوع اکسترمم

$a < 0$

اکسترمم بیشینه دارد max



به عنوان مثال وگرنه این شکل سهمی این سوال نیست

سهمی رو به پایین است

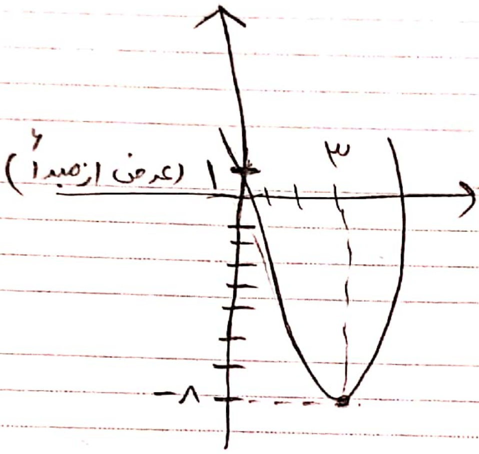
Subject :

۲

الف) $y = x^2 - 4x + 1$ $\qquad a>0 \rightarrow$ min دار

$$\begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 3 \\ y = (3)^2 - 4(3) + 1 = -8 \end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ -8 \end{bmatrix}$ $\qquad$ عرض از مبدأ $\Rightarrow c = +1$

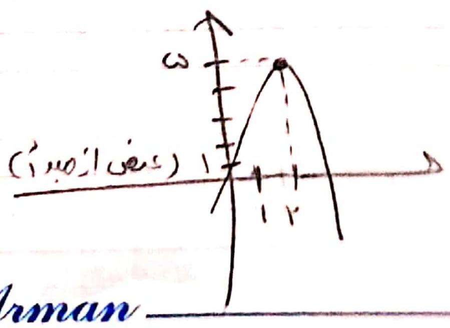


ب) $y = -x^2 + 4x + 1$ $\qquad a<0 \rightarrow$ max دار

$$\begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \\ y = -(2)^2 + 4(2) + 1 = 5 \end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$

عرض از مبدأ $\Rightarrow c = +1$



Arman

Subject :

۳

$\alpha+\beta=1 \qquad \alpha\beta=-2$

ریشه سوم را r میگیریم

$$\begin{cases} \alpha\beta r=\frac{-(-2)}{4}=\frac{1}{2} \\ \alpha\beta=-2 \\ -2r=\frac{1}{2} \rightarrow r=-\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha+\beta+r=\frac{-b}{a} \rightarrow \frac{-k}{4} \\ 1+\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4} \\ -\frac{k}{4}=\frac{3}{4} \rightarrow \boxed{k=-3} \end{cases}$$

جواب

۴

$x^2-3mx+m=0$

$\alpha\beta=m \qquad \alpha+\beta=3m$

$|\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}|=1$

$(\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})^2=\alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}$

$1=\alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}$

$1=3m-2\sqrt{m}$

Scanned with CamScanner

۴ ادامه

$t=\sqrt{m} \rightarrow 3t^2-2t-1=0$ ~~غ ق ق~~

$\Delta = 4+12=16 \quad t=\frac{2\pm 4}{6} \rightarrow t=-\frac{1}{3}$ رد

$\rightarrow t=1$ ق ق

$\xrightarrow{\text{بنابراین}} \boxed{m=1}$

$2x^2-mx-m=0$

$\frac{c}{a}=-\frac{m}{2} \xrightarrow{m=1} -\frac{1}{2}$ جواب

۵

ریشه‌های سهمی اول: $(r_1,0)$, $(r_2,0)$

عرض از مبدا: $(0,m)$

مساحت: $A=\frac{1}{2}|r_1-r_2||m|=\frac{3}{4}$

$y=2x^2-(m+2)x+m$

$\Delta=(m+2)^2-8m=(m-2)^2$

$|r_1-r_2|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{|m-2|}{2}$

$\frac{1}{2}\times\frac{|m-2|}{2}\times|m|=\frac{3}{4}$

$|m(m-2)|=3 \qquad m(m-2)=\pm 3$

حالت‌ها: $m^2 - 2m - 3 = 0 \rightarrow m = 3 , 1$

$m^2 - 2m + 3 = 0$ (بدون جواب حقیقی)

پس: $m = -1$ یا $m = 3$

راس سهمی دوم: $y = x^2 - mx + 1$

مختصات راس: $x_0 = \frac{m}{2}$, $y_0 = 1 - \frac{m^2}{4}$

مقادیر ممکن طول راس:

اگر $m = 3$

$y_0 = 1 - \frac{9}{4} = -\frac{5}{4}$

جواب

اگر $m = -1$

$y_0 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Subject:

۶

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2a}$$

$$y_{min} = a\left(\frac{9}{4a^2}\right) + 3\left(\frac{-3}{2a}\right) + a = a - \frac{9}{4a}$$

شرط سوال:

$$a - \frac{9}{4a} = \frac{7}{8}$$

$$18a^2 - 18 = 7a$$

$$18a^2 - 18 - 7a = 0$$

$$\Delta = 49 + 576 = 625$$

$$a = 2 \quad \text{یا} \quad a = -\frac{9}{8}$$

برای داشتن مقدار کمینه سهمی باید $a > 0$ باشد (سهمی رو به بالا) (۱)

پس فقط $\boxed{a = 2}$ قابل قبول است

پاسخ ← $\boxed{\text{فقط یک مقدار}}$

$$x^2-(a+1)x+a=0$$

مجموع ریشه‌ها $S=n+(n+2)=2n+2=a+1$

$$n(n+2)=a$$

$$a=2n+1$$

$$2n+1=n(n+2)=n^2+2n$$

$$a=3$$

$P_{\text{معادله اول}}=a=3$

$$x^2-(3a+1)x+b=0$$

با $a=3$:

$$x^2-10x+b=0$$

ریشه‌ها ۲ عدد زوج متوالی هستند $\leftarrow$ $2k+2$ و $2k$

مجموع: $2k+(2k+2)=4k+2=10$

$4k=8\rightarrow k=2$

پس ریشه‌ها: ۶ و ۴

$P_{\text{معادله دوم}}=4\times6=24$

اختلاف P (حاصلضرب) ریشه‌ها

$$P_{\text{معادله دوم}}-P_{\text{معادله اول}}=24-3=\boxed{21}$$

Arman

Subject:

$y = -ax^2 + ax + 2$

مختصات رأس:

$$\begin{cases} x_0 = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-a}{2(-a)} = \dfrac{1}{2} \\ y_0 = -a(\frac{1}{2})^2 + a(\frac{1}{2}) + 2 = \dfrac{a}{4} + 2 \end{cases}$$

$y = 2b \times \frac{1}{4} - b \times \frac{1}{4} - 1 = -1$

$\frac{4}{a} + 2 = -1 \longrightarrow a = -12$

$y = 2bx^2 - bx - 1$

مختصات رأس:

$$\begin{cases} x_0 = -\dfrac{b}{2a} \longrightarrow \dfrac{-(-b)}{2(2b} = \dfrac{1}{4} \\ y_0 = 2b(\frac{1}{4})^2 - b(\frac{1}{4}) - 1 = \dfrac{-b}{8} - 1 \end{cases}$$

$y = -(-12)\frac{1}{16} + (-12)\frac{1}{4} + 2 =$

$= \frac{3}{4} - 3 + 2 = -\frac{1}{4}$

$\frac{-b}{8} - 1 = -\frac{1}{4} \Rightarrow b = -6$

$b - a = (-6) - (-12) = \boxed{6}$

$$\alpha + \beta = \frac{-۴}{۲۵\alpha}$$

$$\alpha\beta = \frac{\beta}{۲۵\alpha}$$

اما $\beta \neq ۰$

$$\alpha = \frac{۱}{۲۵\alpha} \Rightarrow ۲۵\alpha^{۲} = ۱ \rightarrow \alpha = \pm\frac{۱}{۵}$$

$\beta > \alpha$

$$\beta = ۱ \, , \, \alpha = -\frac{۱}{۵}$$

$$y = -۵x^{۲} + ۴x + ۱$$

مختصات راس:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{۵} > ۰ \\ y_0 = -۵ \times \frac{۴}{۲۵} + \frac{۸}{۵} + ۱ = \frac{۴}{۵} + ۱ = \frac{۹}{۵} > ۰ \end{cases}$$

جواب ناحیه اول

فرض می کنیم k و r ریشه های معادله باشند $k+r=a^2+b^2-1$ ۱۵

$kr=a+b-1$

$a+b=rk+1$

اگر $a=b=2$

$a+b=4 \to a^2+b^2=4+4=8$

پس معادله می شود:

$x^2-(8-12)x+3=x^2+4x+3$

ریشه ها: $x=-1$ و -3 طبیعی نیست ✗

چند مقدار طبیعی که جواب برای a و b امتحان می کنیم:

اگر $a=b=3$

$a+b=6$

$a^2+b^2=9+9=18$

پس معادله می شود:

$x^2-6x+5=0$

ریشه ها: $x=1$ و 5 هر دو طبیعی اند

پس مقدار درست:

$\boxed{a+b=6}$