۱- الف)

$y = 2x^2 - 4x + 1 \qquad a > 0 \rightarrow ext: min$

$ext \Big| \frac{-b}{2a} = \frac{4}{4} = 1 \quad ; \quad \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{8} = \frac{8 - 16}{8} = -1$

ب)

$y = -2x^2 + 3x - 5 \qquad a < 0 \rightarrow ext: max$

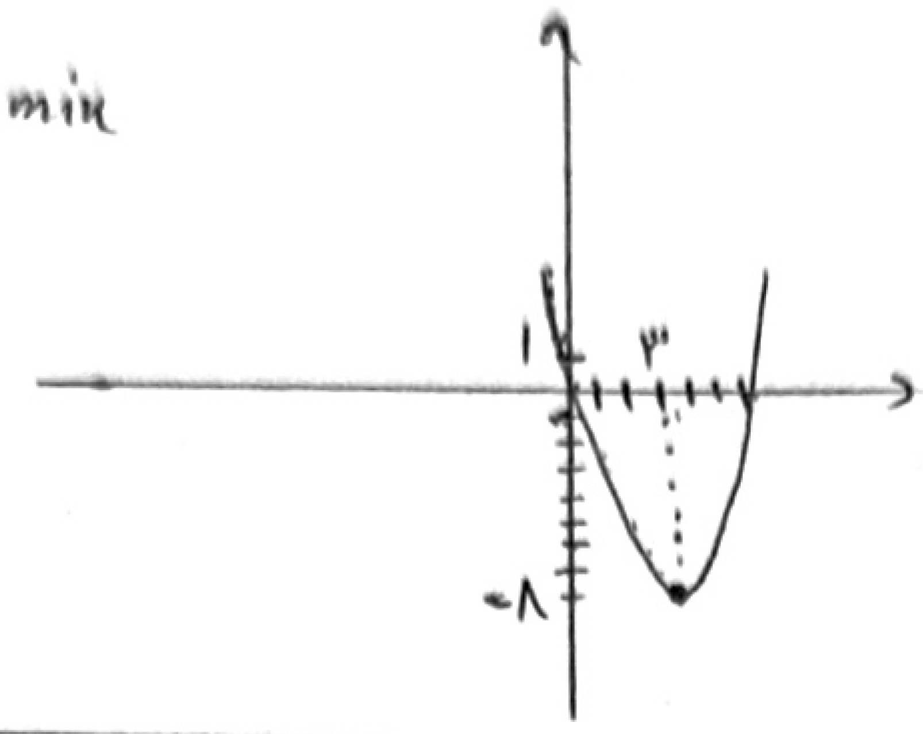
$ext \Big| \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} \quad ; \quad \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{-8} = \frac{40 - 9}{-8} = \frac{-31}{8}$

۲- الف)

$y = x^2 - 6x + 1 \qquad a > 0 \rightarrow ext: min$

$ext \Big| \frac{6}{2} = 3 \quad ; \quad \frac{4 - 36}{4} = -\frac{32}{4} = -8$

$x = 0 \rightarrow y = 1$

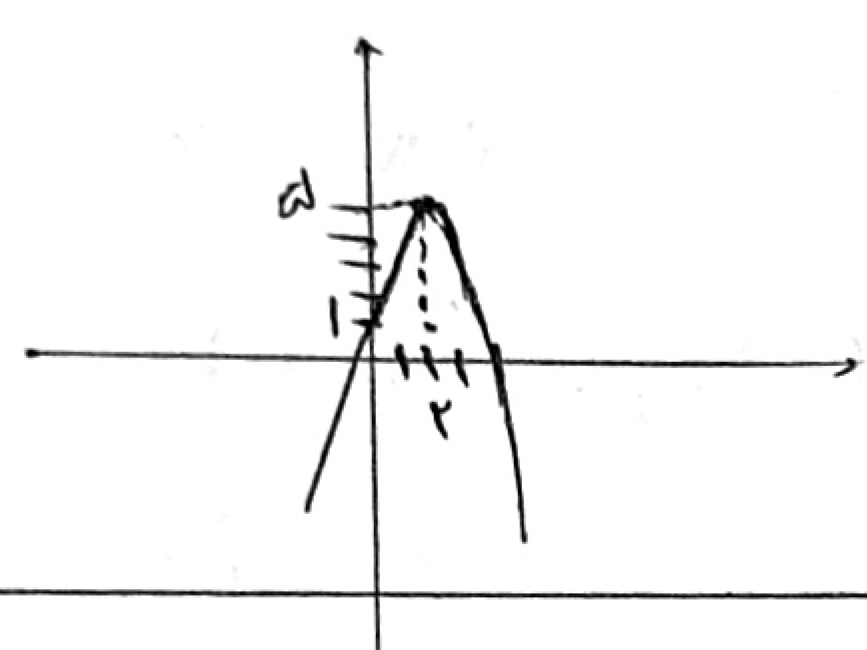


ب)

$y = -x^2 + 4x + 1 \qquad a < 0 \rightarrow ext: max$

$ext \Big| \frac{-4}{-2} = 2 \quad ; \quad \frac{-4 - 16}{-4} = \frac{-20}{-4} = 5$

$x = 0 \rightarrow y = 1$



---

۳)

$4x^3 + kx^2 - 9x - 2 = 0 \qquad \alpha + \beta = 1 \qquad \alpha\beta = -2$

$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \qquad \alpha = 2 \quad \beta = -1$

$4(2)^3 + k(2)^2 - 9(2) - 2 = 0 \rightarrow 32 + 4k - 18 - 2 = 0 \rightarrow 12 + 4k = 0 \rightarrow k = -3$

---

۴)

$x^2 - 3mx + m = 0 \qquad \alpha + \beta = 3m \quad \alpha\beta = m \qquad |\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}| = 1$

$(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})^2 = 1 \rightarrow \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = 1 \rightarrow 3m - 2\sqrt{m} = 1 \xrightarrow{\sqrt{m} = t} 3t^2 - 2t - 1 = 0$

$t = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{6} = \frac{2 \pm 4}{6} \longrightarrow t = 1, \left(-\frac{1}{3}\right) \rightarrow$ غ ق ق $\longrightarrow \sqrt{m} = 1 \quad m = 1$

---

۵)

$y = 2x^2 - (m-2)x + m \qquad \alpha + \beta = \frac{m+2}{2} \qquad \alpha\beta = \frac{m}{2} \qquad |\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$

$= \sqrt{\frac{(m+2)^2}{4} - 2m} = \sqrt{\frac{(m-2)^2}{4}} = \frac{|m-2|}{2}$

عرض از مبدا: $(0, m)$

$S = \frac{1}{2} \times |\alpha - \beta| \times |m| = \frac{1}{2} \times \frac{|m-2|}{2} \times |m| = \frac{|m(m-2)|}{4} = \frac{3}{4}$

$|m(m-2)| = 3$

$m(m-2) = 3 \qquad m(m-2) = -3$

$m = 3, -1 \qquad m = 1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}$

$y = x^2 - mx + 1$

$\frac{-b}{2a} = \frac{m}{2} \longrightarrow \frac{3}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{1 + \sqrt{2}}{2}, \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$

۶)

$y = ax^۲ + bx + c$

$\frac{-b}{۲a} = \frac{-۳}{۲a}$

$y = a\left(-\frac{۳}{۲a}\right)^۲ + ۳\left(\frac{-۳}{۲a}\right) + a = a - \frac{۹}{۴a} = \frac{۷}{۸}$

$۸a^۲ - ۱۸ = ۷a$

$۸a^۲ - ۷a - ۱۸ = ۰$

$a = \frac{۷ \pm \sqrt{(-۷)^۲ - ۴ \times ۸(-۱۸)}}{۱۶} = \frac{۷ \pm ۲۵}{۱۶} \Rightarrow \frac{۳۲}{۱۶} = ۲$ یا $\frac{-۱۸}{۱۶} = -\frac{۹}{۸}$

---

۷)

① $x^۲ - (a+۱)x + a = ۰$

$\alpha + \beta = a + ۱ \rightarrow n + (n+۲) = ۲n + ۲$

$\alpha\beta = a \rightarrow n(n+۲) = a \rightarrow n^۲ + ۲n = ۲n + ۱ \rightarrow n = ۱ \qquad a = ۲n + ۱ = ۲(۱) + ۱ = ۳$

① $\alpha + \beta = ۳a + ۱ = ۳ \times ۳ + ۱ = ۱۰$ ریشه‌ها: ۱ و ۳

$m+۲ \,,\, m$: ریشه‌ها

$m + m + ۲ = ۲m + ۲ = ۱۰ \quad ۲m = ۸ \quad m = ۴ \qquad b = m(m+۲) = ۴ \times ۶ = ۲۴$

$b - a = ۲۴ - ۳ = ۲۱$

---

۸)

$y_۱ = -ax^۲ + ax + ۲ \qquad \frac{-b}{۲a} = -\frac{a}{۲(-a)} = \frac{۱}{۲} \qquad y = -a\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ + a \times \frac{۱}{۲} + ۲ = \frac{a}{۴} + ۲$

$y_۲ = ۲bx^۲ - bx - ۱ \qquad ۲b\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ - b \times \frac{۱}{۲} - ۱ = -۱$

$\frac{a}{۴} + ۲ = -۱$

$\frac{a}{۴} = -۳ \rightarrow a = -۱۲$

$y = -(-۱۲) \times \frac{۱}{۱۶} + (-۱۲) \times \frac{۱}{۴} + ۲ = \frac{۳(-۱۲)}{۱۶} + ۲ = \frac{-۳۶}{۱۶} + ۲ = -۲٫۲۵ + ۲ = -۰٫۲۵$

$-\frac{b}{۸} - ۱ = -۰٫۲۵ \rightarrow -\frac{b}{۸} = ۰٫۷۵ \rightarrow b = -۶$

$b - a = -۶ - (-۱۲) = ۶$

---

۹)

$y = ۲۵\alpha x^۲ + ۴x + \beta$

$\frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{۵۰\alpha} = \frac{-۲}{۲۵\alpha}$

$\rightarrow \alpha > ۰ \;:\; x_{\text{راس}} = \frac{-۲}{۲۵\alpha} < ۰ \rightarrow y_{\text{راس}} < \beta$

$\alpha < ۰ \;:\; x_{\text{راس}} = \frac{-۲}{۲۵\alpha} > ۰ \rightarrow y_{\text{راس}} > \beta$

$\alpha > ۰$: ربع ۲ $\qquad \alpha < ۰$: ربع ۱

---

۱۰)

$x^۲ - (a^۲ + b^۲ - ۱۲)x + (a + b - ۱) = ۰$

$a + b = a^۲ + b^۲ - ۱۲$

$ab = a + b - ۱ \longrightarrow ab - a - b + ۱ = ۰ \longleftrightarrow (a-۱)(b-۱) = ۰$

$a = ۱ \qquad b = ۱$

if: $a = ۱ \qquad ۱ + b = ۱^۲ + b^۲ - ۱۲ \rightarrow ۱ + b = ۱ + b^۲ - ۱۲ \rightarrow b = b^۲ - ۱۲ \rightarrow b^۲ - b - ۱۲ = ۰$

$b = \frac{۱ \pm \sqrt{۱ + ۴۸}}{۲} = \frac{۱ \pm ۷}{۲} \qquad b = ۴ \checkmark \quad b = -۳$ غ ق ق

$a + b = ۱ + ۴ = ۵$