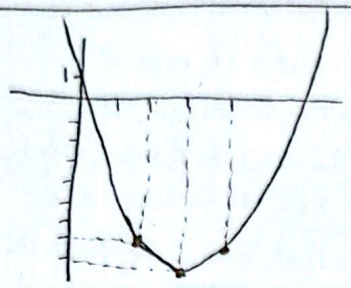
① الف) $ext\left|\begin{matrix}\frac{4}{4}=1\\-1\end{matrix}\right. \rightarrow ext\left|\begin{matrix}1\\-1\end{matrix}\right.$ $y=2(1)^2-4(1)+1=-1$ $a>0 \rightarrow 2>0 \rightarrow$ Min

ب) $ext\left|\begin{matrix}\frac{-3}{-4}=\frac{3}{4}\\-\frac{31}{8}\end{matrix}\right.$ $a<0 \rightarrow -2<0 \rightarrow$ max

$-2\left(\frac{3}{4}\right)^2+3\left(\frac{3}{4}\right)-a=\frac{9}{4}-\frac{18}{16}-a=\frac{18}{16}-a=-\frac{31}{8}$

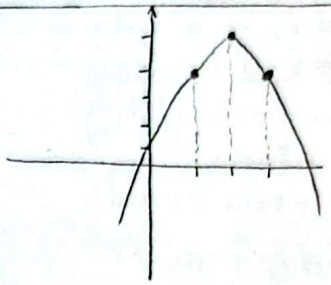
② الف) $ext\left|\begin{matrix}3\\-8\end{matrix}\right.$

x	2	3	4
y	-7	-8	-7



ب) $ext\left|\begin{matrix}2\\5\end{matrix}\right.$

x	1	2	3
y	4	5	4



③ $\alpha\beta=-2$, $\alpha+\beta=1$ $\longrightarrow x^2-x-2=0 \rightarrow \begin{cases}x=2\\x=-1\end{cases}$

$4(2)^3+k(2)^2-9(2)-2=0$ $4k=-12$ $k=-3$

④ ریشه‌ها $=\alpha=\beta$ $\alpha+\beta=3m$, $\alpha\beta=m$

$\left(\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}\right)^2=(1)^2 \longrightarrow \alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}=1=3m-2\sqrt{m}$

$\rightarrow \sqrt{m}=t \rightarrow m=t^2 \longrightarrow 3t^2-2t-1=0 \rightarrow t=\frac{2\pm4}{6} \rightarrow t=1 \,/\, t=-\frac{1}{3}$

$t=\sqrt{m}\geq 0 \Rightarrow t=1 \longrightarrow m=t^2=1$

$2x^2-mx-m=0 \rightarrow 2x^2-x-1=0 \longrightarrow x_1x_2=\frac{c}{a}=\boxed{-\frac{1}{2}}$ ✓

⑤ ریشه‌ها $=x_1, x_2 \rightarrow \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{4} \Rightarrow \frac{m+2\pm\sqrt{m^2-4m+4}}{4}$

$\rightarrow x_1=1_0, x_2=m/2 \rightarrow$ نقطات $=(1,0)\left(\frac{m}{2},0\right)(0,m)$

قاعده مثلث $\rightarrow$ فاصله دو ریشه $\rightarrow \left|1-\frac{m}{2}\right|$

ارتفاع مثلث $\rightarrow$ محور x تا رأس سوم $\rightarrow |m|$

$\frac{1}{2}\times\left|1-\frac{m}{2}\right|\times|m|=\frac{3}{4}$

$\left|\left(1-\frac{m}{2}\right)m\right|=\frac{3}{2} \Rightarrow |2m-m^2|=3$

$2m-m^2-3=0 \rightarrow \Delta<0 \longrightarrow$ جواب ندارد

$m^2-2m-3=0 \longrightarrow m=3 \,/\, m=-1$

$(m-3)(m+1)$

$y=x^2-2x+1 \,/\, y=x^2+x+1 \Rightarrow \frac{-b}{2a}=\boxed{-\frac{1}{2}}$

$\rightarrow \frac{-b}{2a}=\boxed{\frac{3}{2}}$ ✓

کیانا مرودی

(۶)

$y_{min} = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{۴ac-b^۲}{۴a} \to c=a \Rightarrow \frac{۴a^۲-۹}{۴a} = \frac{۷}{۸} \xrightarrow{\times ۸a} ۸a^۲-۱۸ = ۷a$

$۸a^۲-۷a-۱۸=۰$

$a = \frac{۷ \pm \sqrt{۴۹+۵۷۶}}{۱۶} = \frac{۷ \pm ۲۵}{۱۶}$

$a=۲ / a=\frac{-۹}{۸}$

---

(۷)

۱) $x^۲-(a+۱)x+a=۰$

$a = \alpha^۲+۲\alpha$

$a = ۲\alpha+۱$

ریشه‌ها α, β

$\alpha\beta = a = \alpha(\alpha+۲) = \alpha^۲+۲\alpha$

$\alpha^۲+۲\alpha = ۲\alpha+۱$

$\alpha+\beta = ۲\alpha+۲ = a+۱ \to a = ۲\alpha+۱$

$\alpha^۲=۱ \quad \alpha=۱ \to \alpha \neq -۱$ چون طبیعی است پس

$\alpha\beta = a = ۲\alpha+۱ = ۲+۱ = \boxed{۳}$

۲) $x^۲-(۳a+۱)x+b=۰$

$S = ۳a+۱ = (۳\times ۳)+۱ = ۱۰ \to$ جمع دو عدد متوالی زوج و ریشه‌ها

$P = ۴\times ۶ = \boxed{۲۴}$

$۲۴-۳ = \boxed{۲۱}$ ✓✓

---

(۸)

$y_۱ = -ax^۲+ax+۲ \quad ext \left| \frac{۱}{۲} \right. \quad \frac{a}{۴}+۲$

$y_۲ = ۲bx^۲-bx-۱$

$ext \left| \frac{b}{۴b} = \frac{۱}{۴} \right. \quad \left. -\frac{b}{۱}-۱ \right.$

$۲b\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ - b\left(\frac{۱}{۲}\right) - ۱ = \frac{b}{۲} - \frac{b}{۲} - ۱ = -۱ = \frac{a}{۴}+۲$

$\frac{a}{۴} = -۳ \quad a = -۱۲$

$-a\left(\frac{۱}{۴}\right)^۲ + a\left(\frac{۱}{۴}\right) + ۲ = -\frac{a}{۱۶} + \frac{a}{۴} + ۲ = \frac{۳a+۳۲}{۱۶} = \frac{-b-۸}{۸}$

$۳a+۳۲ = -۲b-۱۶$

$۳a+۲b = -۴۸$

$-۳۶+۲b = -۴۸$

$۲b = -۱۲ \longrightarrow b = -۶$

$b-a = -۶-(-۱۲) = \boxed{۶}$ ✓✓

---

(۹)

$ext \left| \frac{-۴}{۵۰۹} = \frac{-۲}{۲۵۹} \right.$

$\left. \beta - \frac{۱۶}{۱۰۰۹} = \beta - \frac{۴}{۲۵۹} \right.$

$۹ < ۰ \to x > ۰$

$\frac{۴}{۲۵۹} < ۰$

$y > ۰$

$۹ > ۰ \to x < ۰$

$\frac{۴}{۲۵۹} > ۰$

$\beta > ۰$

$y > ۰$

$۹ > ۰ \longrightarrow$ ناحیه دوم

$۹ < ۰ \longrightarrow$ ناحیه اول

---

(۱۰)

$a+b = a^۲+b^۲-۱۲ \longrightarrow a+b = (a+b)^۲ - ۲ab - ۱۲$

$ab = a+b-۱$

$a^۲+b^۲ = (a+b)^۲ - ۲ab$

$a+b = (a+b)^۲ - ۲(a+b-۱) - ۱۲ = (a+b)^۲ - ۲(a+b) - ۱۰ = (a+b)^۲ - ۳(a+b) - ۱۰ = ۰$

$a+b = S \to S^۲ - ۳S - ۱۰ = ۰ \to (S-۵)(S+۲) = ۰ \to S = ۵ / S = -۲$

a, b طبیعی $\Rightarrow S = ۵ \to a+b = \boxed{۵}$ ✓✓

لبنا نزدیکی