آنریسا آقاصالحی

① الف)

$y = 2x^2 - 4x + 1$ $\quad x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{4} = 1$ $\quad y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = \frac{-(16 - 4(2))}{8} = \frac{-8}{8} = -1$

$\left|\begin{matrix}1\\-1\end{matrix}\right. \rightarrow a>0$ ،، min $\quad S(+1,-1)$

ب)

$y = -2x^2 + 3x - 5$ $\quad \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$ $\quad \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(9 - 4(-2)(-5))}{-8} = \frac{31}{-8}$

$\left|\begin{matrix}\frac{3}{4}\\-\frac{31}{8}\end{matrix}\right.$ $a<0$ ،، Max $\quad S\left(\frac{3}{4}, -\frac{31}{8}\right)$

② الف)

$y = x^2 - 6x + 1$ $\quad \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$ $\quad \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(36 - 4(1)(7))}{4} = \frac{-32}{4} = -8$

$S(3,-8)$

x	3	4	0
y	-8	-7	1

$a>0$ ،، min

$\beta, \alpha = \frac{6 \pm 2\sqrt{8}}{2}$

$\Delta > 0$

۲ ریشه

ب)

$y = -x^2 + 4x + 1$ $\quad \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$ $\quad \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(16 - 4(-1))}{-4} = \frac{20}{4} = 5$

$S(2,5)$

x	2	1	0
y	5	4	1

$a<0$ ،، Max

عرض از مبدأ

$\Delta > 0$

۲ ریشه

$\frac{-4 \pm \sqrt{20}}{-2}$ ← دو ریشه مختلف العلامت

③

$x^2 - Sx + P \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$ ← جایگذاری ⇐ $(x-2)(x+1)=0 \rightarrow x=2$ ، $x=-1$

$2x(2x^2 + kx - 9) - 4 = 0$

$-4 + k + 9 - 2 = k + 3 = 0 \rightarrow \boxed{k=-3}$

$32 + 4k - 18 - 2 = 4k + 12 = 0 \rightarrow \boxed{k=-3}$ ⇐

④

$x^2 - 3mx + m = 0$ $\quad (\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})^2 = (1)^2 \rightarrow \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha.\beta} \Rightarrow$

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 3m$

$\Rightarrow 3m - 2\sqrt{m} = 1 \rightarrow t = \sqrt{m} \rightarrow 3t^2 - 2t - 1 = 0$

$\alpha.\beta = \frac{c}{a} = m$ $\quad a+b+c=0 \rightarrow \boxed{x=1} = \sqrt{m}$

$x = \frac{c}{a} = \boxed{-\frac{1}{3}} = \sqrt{m} \Rightarrow m = 1$

$2x^2 - mx - m = 0 \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{-m}{2} = \frac{1}{2}$

⑤

۳ ریشه ← $(0,m), (x_2,0), (x_1,0)$

$S_{مثلث} = \frac{1}{2} \cdot |x_1 - m| \cdot |x_2|$ $\quad \Delta = (m-2)^2 \rightarrow |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = \frac{|m-2|}{2}$

$\frac{1}{2} \times \frac{|m-2|}{2} \times |m| = \frac{3}{4} \rightarrow |m(m-2)| = 3 \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$

$\boxed{m=-1}$ یا $\boxed{m=3}$

ادامه ص بعد

ادامه ⑥

$x_{ط} = \frac{m}{۲}$ ⟧> $x_{ط} = \frac{۳}{۲}$ ↓ $x_{ط} = -\frac{۱}{۲}$

⑨

$\frac{-\Delta}{۴a} = \frac{۹-۴a^۲}{۴a} = \frac{۷}{۸} \longrightarrow -۳۲a^۲ - ۲۸a + ۷۲ = ۰$

$\Delta = ۲۸^۲ - ۴(-۳۲)(۷۲) = ۱۰۰۰۰$

$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{۲۸ \pm ۱۰۰}{-۶۴}$ → $x = -۲$ غ ق ق ↓ $x = ۱,۱۲۵$

$a > ۰$ ط، min ⟹ $a = ۱,۱۲۵$ → یک مقدار

⑦

$x^۲ - (a+۱)x + a = ۰ \longrightarrow S = P + ۱ \Rightarrow \alpha = ۱ \quad \beta = ۳ \Rightarrow a = ۳$

$(x-۱)(x-۳) = ۰$

$x^۲ - ۱۰x + b = ۰ \longrightarrow$ جمع ریشه‌ها $= -۱۰$ → $\alpha = -۴$، $\beta = -۶$

$-۶ \times -۴ = ۲۴$ ضرب ریشه‌ها $= \frac{c}{a} = a$

$\Rightarrow \frac{c}{a} = b = ۲۴$

$b - a = ۲۴ - ۳ = ۲۱$

⑧

$y = -ax^۲ + ax + ۲ \longrightarrow -\frac{b}{۲a} = \frac{-\alpha}{۲(-a)} = \frac{۱}{۲}$ جایگذاری → $-a(\frac{۱}{۴}) + \frac{۱}{۲}a + ۲ = ۲ + \frac{a}{۴}$

$S_۱ (\frac{۱}{۲}, ۲ + \frac{a}{۴})$ روی سهمی

$۲ + \frac{a}{۴} = ۲b(\frac{۱}{۴}) - b(\frac{۱}{۲}) - ۱ = -۱ \Rightarrow \frac{a}{۴} = -۳$

$y = ۲bx^۲ - bx - ۱ \longrightarrow -\frac{b}{۲a} = \frac{۱}{۴} \longrightarrow ۲b(\frac{۱}{۱۶}) - \frac{۱}{۴}b - ۱ = -\frac{b}{۸} - ۱$

$a = -۱۲$

$S_۲ (\frac{۱}{۴}, -\frac{b}{۸} - ۱)$ روی سهمی اول

$\frac{-b}{۸} - ۱ = \frac{۳}{۴}(\frac{۱}{۴}) + \frac{۱}{۴} \times ۱۲ + ۲ \Rightarrow \pm\frac{b}{۸} = -\frac{۲۷}{۴}$ → $b = -۵۴$

$b - a = -۵۴ - (-۱۲) = -۴۲$

⑨

$y = ۲۵\alpha x^۲ + ۴x + \beta \Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{-۴}{۲۵\alpha} = \alpha + \beta$ ★ $\Rightarrow ۲۵\alpha^۲ + ۲۵\beta\alpha + ۴ = ۰$

$\frac{c}{a} = \frac{۴}{۲۵}$ $\quad -\frac{b}{a} = -\beta$

$\frac{c}{a} = \frac{\beta}{۲۵\alpha} = \alpha \cdot \beta$ ~~$\Rightarrow ۲۵\alpha\beta = ۲۵\alpha(\alpha\beta) = \beta^۲ \Rightarrow ۲۵\alpha^۲\beta = \beta$~~

$۲۵\alpha^۲ = ۱ \Rightarrow \alpha = \pm\frac{۱}{۵}$ ★

$y = -۵x^۲ + ۴x + ۱ \longrightarrow S(\frac{۴}{۵}, \frac{۹}{۵})$

$\Delta = ۱۶ - \frac{۴}{۱۰}(-۵) = ۲۶ \rightarrow \frac{-۲۶}{-۱۰} = \frac{۹}{۵}$

$-\frac{۱}{۵}$ جایگذاری → $+۱ + ۴ - ۵\beta + ۴ = ۰$ → $\beta = ۱$

$+\frac{۱}{۵}$ → $\beta = -۱ \leftarrow \alpha > \beta$ غ ق ق

⑩

① $a + b = a^۲ + b^۲ - ۱۲$

② $a \cdot b = a + b - ۱ \Rightarrow ab - a - b + ۱ = ۰ \longrightarrow (a-۱)(b-۱) = ۰$

$b = ۱$ یا $a = ۱$

$۱ + b = ۱ + b^۲ - ۱۲ \longrightarrow b = b^۲ - ۱۲ \longrightarrow b^۲ - b - ۱۲ = ۰ \Rightarrow b = ۴$

$a + b = ۴ + ۱ =$ ⑤