باران مرادی

۱۴/۷۵

①

الف) $min \rightarrow ext \Big| \frac{-b}{2a} = \frac{4}{4} = 1 = x$; $\frac{-\Delta}{4a}$ یا $2\times1^2 - 4\times1 + 1 = -1 = y$

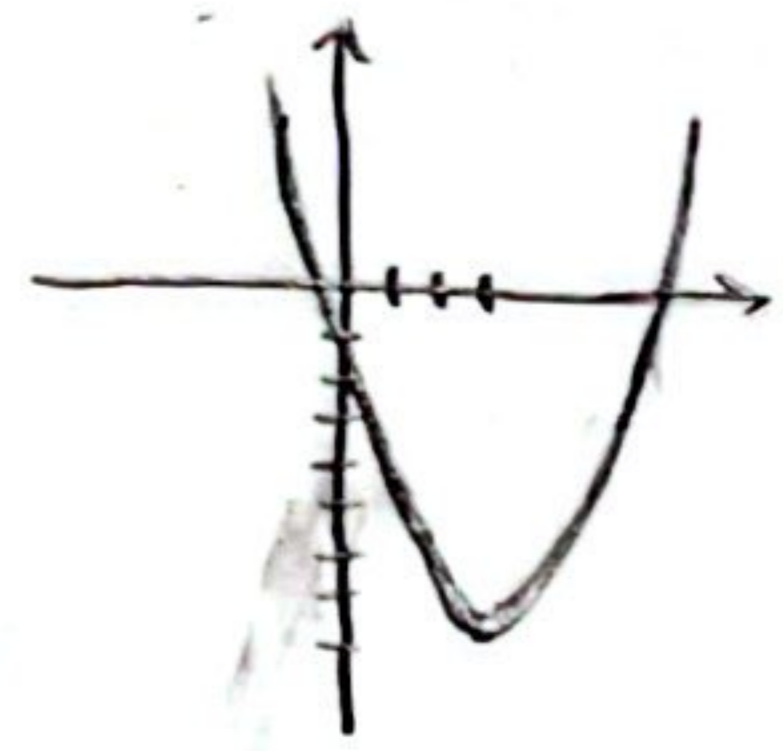
ب) $max \rightarrow ext \Big| \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} = x$; $-2\times\frac{9}{16} + 3\times\frac{3}{4} - 5 = \frac{-9+18-40}{8}$

$y = \frac{-31}{8}$

②

الف) $ext \Big| \frac{6}{2}=3$; $9-18+1=-8$

$x=0 \rightarrow y=1$



ب) $ext \Big| \frac{-4}{-2}=2$; $-4+8+1=5$

$x=0 \rightarrow y=1$

③

$(x-\alpha)^2(x-\beta) = (x^2+\alpha^2-2x\alpha)(x-\beta) = x^3+x\alpha^2-2x^2\alpha-\beta x^2-\beta\alpha^2+2x\alpha\beta \quad \times 4$

$= 4x^3+4(-\beta-2\alpha)x^2-4(\alpha^2+2\alpha\beta)x-4\beta\alpha^2=0$

$-4\beta\alpha^2=-2$

$\beta\alpha^2=\frac{1}{2} \rightarrow \beta\alpha(\alpha)=\frac{1}{2} \rightarrow \alpha=\frac{-1}{4}$ ($\beta\alpha=-2$)

$K=4(-\beta-\alpha-\alpha) = 4\times\frac{-3}{4} = -3$

④

$(\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})^2=(1)^2 \rightarrow \alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}=1 \rightarrow m-2\sqrt{m}+3=0$

$(\sqrt{m}-3)(\sqrt{m}+1)=0$

$\sqrt{m}=-1, 1 \rightarrow m=1$

$2x^2-x-1=0$

$x^2-x-2=0 \rightarrow (x-2)(x+1)=0$

$x=1, \frac{-1}{2} \xrightarrow{x} \frac{-1}{2}$

⑤

$x=0 \rightarrow y=m=h \quad x_1,x_2 \rightarrow \Delta=m^2+4+4m-8m=m^2-4m+4=(m-2)^2 \xrightarrow{\sqrt{\Delta}} -m+2$

$x_1,x_2=\frac{+m+2\pm(-m+2)}{4}$ → $\frac{2m}{4}=\frac{m}{2}$; $\frac{4}{4}=1$ → $1+\frac{m}{2}=$ قاعده $=\frac{2+m}{2}$

$S_\Delta=\frac{h\times \text{قاعده}}{2}=\frac{3}{4} \Rightarrow 4\times h\times \text{قاعده}=6$

$4\times\frac{(2+m)}{4}\times m=6=(4+2m)m=6 \rightarrow 2m^2+4m-6=0$

$m^2+4m-12=0$

$(m+6)(m-2)=0$

$m=-3, 1$

$x_{ext}=\frac{-b}{2a}=\frac{m}{2}$ → $\frac{-3}{2}$; $\frac{1}{2}$

(۳) ⑥

$\frac{-\Delta}{۴a} = \frac{۷}{۸} \to -۸\Delta = ۲۸a \qquad \Delta = ۹ - ۴a^۲ \quad \times ۸ = ۷۲ - ۳۲a^۲$

$-۷۲ + ۳۲a^۲ = ۲۸a \to \frac{۳۲a^۲ - ۲۸a - ۷۲ = ۰}{۴} \to ۸a^۲ - ۷a - ۱۸ = ۰$

$\Delta = ۴۹ + ۵۷۶ = ۶۲۵ \xrightarrow{\sqrt{\Delta}} ۲۵$

$a = \frac{۷ \pm ۲۵}{۱۶} \quad \begin{cases} \frac{۳۲}{۱۶} = \boxed{۲} \\ \frac{۱۸}{۱۶} = \frac{۹}{۸} = \boxed{۱/۱} \end{cases}$

$x^۲ - (a+۱)x + a = ۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} x_1 = -۱, \; x_2 = a = -۳$

(۰/۷۵) ⑦

$x(x+۲) = a \to x^۲ + ۲x = ۲x + ۱ \to x^۲ = ۱ \to x = \pm ۱ \to ۱ x - ۱ = -۱$

$x + x + ۲ = a + ۱ \to ۲x + ۱ = a = ۳, \frac{-۱}{x}$

۰/۷۵

$x^۲ - (\underset{۴+۶}{۱۰})x + b = ۰ \to b = ۲۴ \to (x-۴)(x-۶) = ۰$ ✓ $\qquad ۲۴ - (-۱) = \boxed{۲۵}$ (crossed out)

$x = ۴, ۶ \xrightarrow{\times} ۲۴$ ✓

$۲x + ۲ = ۱۰ \to x = ۴$

$۶ \times ۴ - ۳ \times ۱ = ۲۱$

(۲) ⑧

$y = -ax^۲ + ax + ۲ \to ext \begin{cases} \frac{-b}{۲a} = \frac{-a}{-۲a} = \frac{۱}{۲} \\ y = -\frac{۱}{۴}a + \frac{۱}{۲}a + ۲ = \frac{a}{۴} + ۲ = \frac{a+۸}{۴} \end{cases}$

$y = ۲bx^۲ - bx - ۱ \to ext \begin{cases} \frac{b}{۴b} = \frac{۱}{۴} \\ y = ۲b\frac{۱}{۱۶} - \frac{۱}{۴}b - ۱ = -\frac{b}{۸} - ۱ \end{cases}$

$\frac{a}{۴} + ۲ = ۲b \times \frac{۱}{۱۶} - \frac{۱}{۴}b - ۱ = -۱ \to \frac{a}{۴} = -۳ \to a = -۱۲$

$\frac{-b}{۸} - ۱ = -\frac{۱}{۱۶}a + \frac{۱}{۴}a + ۲$

$\frac{-۱+۴}{۱۶}a = \frac{۳}{۱۶}a + ۲$

$-b + ۱۸ = ۲۴ \to b = -۶ \leftarrow ۳ = \frac{-b+۱۸}{۸} \leftarrow \frac{-b}{۸} - \frac{۳}{۱۶}(-۱۲) = ۳$

$\boxed{b - a = -۶ - (-۱۲) = ۶}$

(۲) ⑩

$a + b = a^۲ + b^۲ - ۱۲ \to S^۲ - ۲P - S - ۱۲ = ۰ \to S^۲ - ۲S + ۲ - S - ۱۲ = ۰$

$ab = a + b - ۱ \Rightarrow P = S - ۱$

$S^۲ - ۳S - ۱۰ = ۰ \to (S-۵)(S+۲) = ۰$

$S = \underline{۵}, -۲$ ✓

$\boxed{a + b = ۵}$

(۰) ⑨

$\alpha + \beta = -۴ \to ۱ + \beta = -۴ \to \beta = -۵$

$\alpha\beta = \beta \to \alpha = ۱$

$\to ۲۵x^۲ + ۴x - ۵ = ۰$

$ext \begin{cases} \frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{۵۰} = \frac{-۲}{۲۵} & x < ۰ \\ y = ۲۵ \times \frac{۴}{۲۵ \times ۲۵} + ۴ \times \frac{-۲}{۲۵} - ۵ = \end{cases}$

$\frac{۴ - ۸ - ۱۲۵}{۲۵} = \frac{-۱۲۹}{۲۵} \quad y < ۰$

~~ناحیه سوم~~ ناحیه اول

$\alpha + \beta = \frac{-۴}{۲۵\alpha} \qquad \alpha\beta = \frac{\beta}{۲۵\alpha} \qquad \alpha^۲ = \frac{۱}{۲۵} \qquad \alpha = \pm\frac{۱}{۵}$

$\to \begin{cases} \frac{۱}{۵} \to \frac{۱}{۵} + \beta = -\frac{۴}{۵} \to \beta = -۱ \to \beta < \alpha \quad \times \\ -\frac{۱}{۵} \to -\frac{۱}{۵} + \beta = \frac{۴}{۵} \to \beta = ۱ \to \beta > \alpha \end{cases} \to \begin{cases} \alpha = -\frac{۱}{۵} \\ \beta = ۱ \end{cases}$

$y = -۵x^۲ + ۴x + ۱ \quad \begin{cases} x_s = \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲}{۵} \\ y_s = \frac{۹}{۵} \end{cases}$