①

الف) $a>0$ min ext $\left| \begin{array}{l} x=\frac{-b}{2a}=\frac{-2}{4}=\frac{1}{2} \\ y=2(\frac{1}{2})^2-2(\frac{1}{2})=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$
y	0	$-\frac{1}{2}$	0

(از ناحیه‌ی سوم)

ب) $a<0$ max ext $\left| \begin{array}{l} x=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2 \\ y=4 \end{array}\right.$

$x(-x+4)$

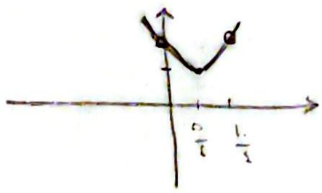
$0, 4$

x	0 1	2	3	4
y	0 3	4	3	0

(از ناحیه‌ی دوم)

②

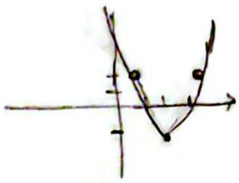
الف) $a>0$ min ext $\left| \begin{array}{l} x=\frac{-b}{2a}=\frac{5}{4} \\ y=2(\frac{5}{4})^2-5(\frac{5}{4})+2=2(\frac{25}{16})-\frac{25}{4}+2=\frac{25}{8}-\frac{50}{8}+\frac{16}{8}=\frac{9}{8} \end{array}\right.$



(از ناحیه‌ی ۱ و ۲)

x	0	$\frac{5}{4}$	$\frac{10}{4}$
y	2	$\frac{9}{8}$	1

ب) $a<0$ max ext $\left| \begin{array}{l} x=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2 \\ y=-1 \end{array}\right.$



(از ناحیه‌ی ۱ و ۲ و ۴)

x	1	2	3
y	2	-1	2

③

$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{1}{1}=1$

$\alpha\beta=\frac{c}{a}=-3$

$|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{1-4(-3)}}{1}=\sqrt{13}$

الف) $\frac{S}{\text{تفاضل}}=\frac{\frac{-b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}}=\frac{\frac{1}{1}}{\frac{\sqrt{1+12}}{1}}=\boxed{\frac{1}{\sqrt{13}}}$

ب) $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta$

$1=\alpha^2+\beta^2-6$

$\boxed{7=\alpha^2+\beta^2}$

ج) $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)(\alpha^2+\beta^2-\alpha\beta)=(1)(7-(-3))=\boxed{10}$

د) $\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta)=(\sqrt{13})(7+(-3))=\boxed{4\sqrt{13}}$

④

$x-2=0 \rightarrow x=2$ ریشه $\rightarrow$ محور x را در یک نقطه قطع کند $\quad x^2-ax+a$

$\Delta<0 \rightarrow a^2-4a<0$

ریشه مضاعف $\quad a(a-4)<0 \rightarrow 4, 0$

$a^2-4a=0$

$a(a-4)=0$

$a=0, 4$ ①

	0		4	
+		−		+

$x^2=0 \rightarrow x=0$

α نمی‌تواند چون ریشه ۲ می‌شود

x^2-4x+4

$(x-2)^2$ ✓

② $(0, 4)$

$① \cup ② \rightarrow (0, 4]$

(۵)

$\alpha\beta = -\frac{a}{۳}$ ، $\alpha+\beta = ۳$ ، $\beta = ۳-\alpha$

$۲\alpha^۲ + \beta^۲ - ۴\alpha = ۷ \to ۲\alpha^۲ + (۳-\alpha)^۲ - ۴\alpha = ۲\alpha^۲ + ۱۲ + \alpha^۲ - ۸\alpha - ۴\alpha = ۷$

$۳\alpha^۲ - ۱۲\alpha + ۹ = ۰ \to \alpha^۲ - ۴\alpha + ۳ = ۰ \to (\alpha-۱)(\alpha-۳) = ۰$

ریشه‌ها ← $\alpha = ۳ , ۱$

$۱ \times ۳ = ۳ = -\frac{a}{۳} \to ۹ = -a \to a = -۹$

نسبت a به ضریب x = $-\frac{۹}{۳} = \boxed{-۳}$

(۶)

میانگین طول‌ها = مجموع طول‌ها / تعداد آن‌ها = $\frac{۲a+۳+۷-۲a}{۲} = ۵$

رأس = $\begin{bmatrix} ۵ \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ b-۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ \\ ۳ \end{bmatrix}$

معادله سهمی: $y = a(x-x_۱)^۲ + y_۱ \to a(x-۵)^۲ + ۳ = y \to a(۱-۵)^۲ + ۳ = ۱ \to ۱۶a + ۳ = ۱ \to ۱۶a = -۲$

$a = -\frac{۱}{۸}$

عرض از مبدا

$-\frac{۱}{۸}(۰-۵)^۲ + ۳ = y \to y = -\frac{۲۵}{۸} + ۳ \to y = \frac{-۲۵+۲۴}{۸} = -\frac{۱}{۸}$ فاصله تا مبدا $\to |-\frac{۱}{۸}| = \boxed{\frac{۱}{۸}}$ ← جواب

ربع چهارم باشد → $a-۲>۰ \to a>۲$ ، $۷-۲a>۰ \to a<۳/۵$

$a-۲>۰ \to a>۲$ ، $۲a+۳>۰ \to ۲a>-۳ \to a>-۱/۵$

$\boxed{a=۳}$ $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} ۹ \\ ۱ \end{bmatrix}$

(۷)

$\alpha + \beta = ۱ \to (\alpha+\beta)^۲ = (\alpha^۲ + \beta^۲ + ۲\alpha\beta)۲۰ \to ۲۰\alpha^۲ + ۲۰\beta^۲ + ۴۰\alpha\beta = ۲۰x^۲$

$۲۰\alpha^۲ + ۲۰\beta^۲ = ۴۰\alpha\beta + ۲۰$

$۴۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰\beta = ۱۷+$

$۶۰\alpha\beta = ۳$

$\alpha\beta = \frac{۱}{۲۰} = ۲۰$

$۲۰\beta^۲ - ۲۰\beta + ۴۰\alpha\beta = ۱۷ - ۲۰x^۲$

$۲۰\beta + ۴۰\alpha\beta + ۲۰\beta = ۱۷$

$\beta(۲۰\beta - ۲۰ + ۴۰\alpha) = -۳$

$\sqrt{\frac{۱۶}{۲۰}}$

$\beta(۲۰\beta - ۲۰ + ۲۰\alpha) = ۱۷ - ۲۰x^۲$ $\sqrt{\frac{۴}{۵}}$

$۲۰\alpha^۲ + ۲۰\beta^۲ - ۴۰\alpha\beta = ۱۷$

$۲۰\alpha\beta = ۱۷ - ۲۰x^۲$

(۸)

میانگین نقاط عرض = $\frac{-۵+۱}{۲} = -۲$ محور تقارن

رأس $\begin{bmatrix} -۲ \\ -\frac{۱}{۲} \end{bmatrix} \to y = a(x-x_۱)^۲ + y_۱$

$a(x-(-۲))^۲ - \frac{۱}{۲} \to a(x+۲)^۲ - \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\begin{bmatrix} ۰ \\ \frac{۳}{۲} \end{bmatrix}} \frac{۳}{۲} = a(۰+۲)^۲ - \frac{۱}{۲} \to \frac{۳}{۲} = ۴a - \frac{۱}{۲}$

$۲ = ۴a$

$\frac{۱}{۲} = a$

$\frac{۱}{۲}(x+۲)^۲ - \frac{۱}{۲} \xrightarrow{(۱,\beta)} \frac{۱}{۲}(۱+۲)^۲ - \frac{۱}{۲} = \frac{۹}{۲} - \frac{۱}{۲} = \boxed{۴} = \beta$

(۹)

α		β	
+	-		+

$(\alpha+\beta=-۳)^۲ \to \alpha^۲ + \beta^۲ + ۲\alpha\beta = ۹ \to \alpha^۲ + \beta^۲ + a = ۹ \to \alpha^۲ + \beta^۲ = ۹ - a$

$\alpha\beta = \frac{a}{۲}$

$۱۸ - ۲a + a^۲$

(۱۰)

$\alpha\beta = \frac{۱}{۲۴}$ $\alpha+\beta = \frac{-b}{a} = \frac{m+۱۴}{۲۴}$

$\left(\sqrt{\frac{۱}{\alpha}} + \sqrt{\frac{۱}{\beta}}\right)^۲ = \frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}} \to \frac{\frac{m+۱۴}{۲۴}}{\frac{۱}{۲۴}} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\frac{۱}{۲۴}}}$

$= m + ۱۴ + ۱۲ = m + ۲۶ \to \sqrt{m+۲۶} = ۵ \to m + ۲۶ = ۲۵ \to m = -۱$

ضرب ریشه‌ها = $\frac{c}{a} = \frac{۲}{-۱} = -۲$