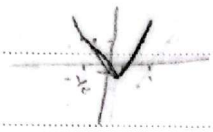
۱۳۱۲۵ A دهم ریاضی ۲ تکلیف سری ۲ آزمون زهرا شفیعی

سوال ۱: ۵

الف) $y = x^2 - x$ رأس سهمی $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$

x	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
y	1	$-\frac{1}{4}$	1



از ناصیه‌ی سوم عبور می‌کند.

ب) $y = -x^2 + 4x$ رأس سهمی $(2, 4)$

x	1	2	3
y	3	4	3

از ناصیه‌ی دوم عبور می‌کند.

سوال ۲: ۵

الف) $y = 2x^2 - 3x + 2$ رأس سهمی $(\frac{3}{4}, -\frac{9}{8})$

x	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$
y	-1	$-\frac{9}{8}$	-1

از ناصیه‌ی اول و دوم و چهارم می‌گذرد.

ب) $y = -x^2 + 4x - 1$ رأس سهمی $(2, 3)$

x	1	2	3
y	2	3	2

از ناصیه‌ی اول و سوم و چهارم می‌گذرد.

سوال ۳: ۵

$x^2 - x - 3 = 0$

الف) $\frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta} = \frac{\frac{1}{3}}{\sqrt{13}} = \frac{1}{3\sqrt{13}}$

ب) $\alpha^2 + \beta^2 - S^2 - 2P = \frac{1}{9} + 6 = \frac{55}{9}$

ج) $\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS = \frac{1}{8} + \frac{9}{2} = \frac{37}{8}$

د) $\alpha^4 - \beta^4 = S^4 - 3PS = \frac{1}{8} - \frac{9}{2} = -\frac{35}{8}$

حل در صفحه آخر

سوال ۴: ۵ ۱۷۵

$y = (x-2)(x^2 - ax + a)$

x	0	4	
	+	0	-

$\Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4a < 0 \quad a(a-4) < 0 \quad (0,4)$ I

$\Delta = 0 \rightarrow (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 \quad a = 4$ II

I ∪ II = (0, 4]

سوال ۵: ۵

$3x^2 - 12x - 9 = 0$

$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$ جایگذاری ① $2\alpha^2 + (4-\alpha)^2 - 4\alpha = 7$

② $\alpha + \beta = 4$ ③ $\alpha\beta = \frac{a}{3}$ $2\alpha^2 + a^2 + 16 - 8\alpha - 4\alpha = 7 \Rightarrow 3\alpha^2 + a^2 - 12\alpha = 0$

① $\beta = 4 - \alpha$ $\alpha^2 - 12\alpha + 27 = 0 \quad (\alpha - 9)(\alpha - 3) = 0 \Rightarrow 3(\alpha - 3)(\alpha - 1) = 0$

③ $3\alpha\beta = a \Rightarrow \boxed{a = 9}$ ✓

② $\Rightarrow \alpha = 3 \quad \alpha = 1$

$\beta = 1 \quad \beta = 3$

بزرگترین ریشه $= 3 \rightarrow \frac{9}{3} = \boxed{3}$ برابر

سوال ۶

$A(2a+3, a-2) \quad B(7-2a, a-2)$

رأس سهمی $= (b, b-2)$ $\quad y = k(x-b)^2 + (b-2) \Rightarrow a-2 = k(2a+3-b)^2 + b - 2$

④ $y = -\frac{1}{8}(x-5)^2 + 3$ $\quad$ ⊛ $a-2 = k(7-2a-b)^2 + b - 2$

⊛ $k(2a+3-b)^2 = k(7-2a-b)^2$

چون دو نقطه با عرض یکسان $k \neq 0$

① $2a+3-b = 7-2a-b \Rightarrow a = 1$ $\quad$ ② $2a+3-b = 2b-7+b \Rightarrow b = a$

↳ $a-2 = k(2a-2)^2 + 3$

در این حالت نقطه A و B برابرند ✗

در این حالت هم A و B برابرند ✗ $\quad a-2 = 4k(a-1)^2 + 3 \Rightarrow a-2 = 4k(a-1)^2$

$y \to a-2 \geq 1 \Rightarrow a \geq 3$ $\quad x: 7-2a \geq 1 \Rightarrow a \leq 3$, $2a+3 \geq 1 \Rightarrow a \geq -1$

$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow y = k(x-3)^2 + 3 \xrightarrow{A:(9,1)} 1 = 14k + 3 \Rightarrow k = -\frac{1}{8}$ ③

برخورد با محور x ها $\Rightarrow 0 = -\frac{1}{8}(x-2)^2 + 3 \Rightarrow 3 = \frac{1}{8}(x-2)^2 \Rightarrow x = 5 \pm 2\sqrt{6} \Rightarrow (5+2\sqrt{6}, 0), (5-2\sqrt{6}, 0)$ ناصله

سوال ۷:

$ax^2 - ax - b = 0$, $40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17$

$S \Rightarrow$ ① $\alpha + \beta = 1 \Rightarrow \beta = 1 - \alpha$ $\xrightarrow{\text{جایگذاری}}$ $40(1-\alpha)^2 + 20\alpha^2 - 20(1-\alpha) = 17$

$\Rightarrow 40\alpha^2 - 40\alpha + 20 = 17 \Rightarrow 20\alpha^2 - 20\alpha + 1 = 0$

$\Rightarrow \alpha = \frac{5 \pm 2\sqrt{5}}{10} \Rightarrow \beta = 1 - \frac{5 \pm 2\sqrt{5}}{10} \Rightarrow \frac{5 \mp 2\sqrt{5}}{10} = \beta$

$|\beta - \alpha| = \left|\frac{5 - 2\sqrt{5}}{10} - \frac{5 + 2\sqrt{5}}{10}\right| = \left|\frac{-4\sqrt{5}}{10}\right| = \boxed{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$ جواب:

سوال ۸:

$(-5, \beta), (1, \beta)$ طول راس $\Rightarrow \frac{-5+1}{2} = -2$ $\quad$ عرض راس $= -\frac{1}{2}$

$y = k(x+2)^2 - \frac{1}{2}$ $\xrightarrow{\text{برخورد با محور y ها}}$ $a = k(\frac{3}{4}-2)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{49}{16}k \Rightarrow k = \frac{8}{49}$

$f(x) = a(x+2)^2 - \frac{1}{2}$

$\frac{3}{4} = a(0+2)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$(1, \beta) \in f(x) \Rightarrow \beta = \frac{1}{2}(1+2)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 4$

جایگذاری نقاط: $(1, \beta)$ $\quad \beta = \frac{8}{49} \times 9 - \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = \frac{-14}{98}$

سوال ۹:

$x^2 + 4x + a = 0$ $\quad \alpha\beta < 0$, $3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 85$

$\alpha + \beta = -4 \Rightarrow \beta = -\alpha - 4$ $\xrightarrow{\text{جایگذاری}}$ $3\alpha^2 + 2(-\alpha-4)^2 = 12\sqrt{2} + 85$

$\Rightarrow 5\alpha^2 + 24\alpha - 13 = 12\sqrt{2}$ ① $\quad \alpha^2 + \frac{24}{5}\alpha = (\alpha + \frac{12}{5})^2 - \frac{144}{25}$

$5(\alpha^2 + \frac{24}{5}\alpha) - 13 = 12\sqrt{2}$ $\xrightarrow{①}$ $5(\alpha + \frac{12}{5})^2 - \frac{144}{5} - 13 = 12\sqrt{2}$

$5(\alpha + \frac{12}{5})^2 - \frac{209}{5} = 12\sqrt{2}$

$5(\alpha + \frac{12}{5})^2 = 12\sqrt{2} + \frac{209}{5}$ $\Rightarrow 12\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{5} \Rightarrow 4\frac{\sqrt{2}}{25}209 = (\alpha + \frac{12}{5})^2$

$a^2 + b^2 = 209$, $ab = 4$

$\Delta < 0 \Rightarrow \alpha + \frac{12}{5} = -\frac{11 + 3\sqrt{2}}{5} = \alpha = \frac{-23 - 3\sqrt{2}}{5} \Rightarrow \beta = -4 - \alpha$

↳ $-4 + \frac{23 + 3\sqrt{2}}{5} \Rightarrow \frac{3\sqrt{2} + 7}{5}$

ادامه در صفحه بعد

ادامهٔ سوال ۹:

$$P = \alpha\beta = \frac{(۲۳+۳\sqrt{۲})(۷-۳\sqrt{۲})}{۵} = \frac{۱۶۱-۹۹\sqrt{۲}+۴۱۷\sqrt{۲}-۱۸}{۵} = \frac{۱۴۳-۴۸\sqrt{۲}}{۲۵}$$

نازنین زهرا شفیعی

سوال ۱۰:

$$۳۹x^۲-(m+۱۴)x+۱=۰ \qquad mx^۲+۳x+۲=۰$$

$$\sqrt{\frac{۱}{\alpha}}+\sqrt{\frac{۱}{\beta}}=۵ \Rightarrow \frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}+۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}}=۲۵ \Rightarrow \alpha+\beta=\frac{m+۱۴}{۳۹},\ \alpha\beta=\frac{۱}{۳۹}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=m+۱۴+۱۲=۵ \Rightarrow \boxed{m=-۱} \Rightarrow -x^۲+۳x+۲=۰ \Rightarrow P=\frac{c}{a}=-۲$$

سوال ۳

$$\alpha+\beta=۱ \qquad \alpha-\beta=\frac{\sqrt{۵}}{۱۵۱۱}=\sqrt{۱۳}$$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}$

ب) $\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P=۱-۲(-۳)=U$

ج۱) $\alpha^۳+\beta^۳=S^۳-۳PS=۱۰$

د) $\alpha^۳-\beta^۳=(\alpha-\beta)(\alpha^۲+\beta^۲+\alpha\beta)=(U-۳)(\sqrt{۱۳})=۷\sqrt{۱۳}$