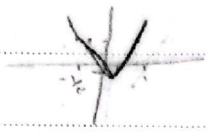
آزمون زهرا شفیعی — تکلیف سری ۲ — دهم ریاضی A

سوال ۱:

الف) $y = 3x^2 - 2x$ رأس سهمی $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

x	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
y	1	$-\frac{1}{3}$	1



از ناصیه‌ی سوم عبور می‌کند.

ب) $y = -x^2 + 4x$ رأس سهمی $(2, 4)$

x	1	2	3
y	3	4	3

از ناصیه‌ی دوم عبور می‌کند.

سوال ۲:

الف) $y = 2x^2 - 3x + 2$ رأس سهمی $\left(\frac{3}{4}, -\frac{9}{8}\right)$

x	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$
y	1	$-\frac{9}{8}$	1

از ناصیه‌ی اول و دوم و چهارم می‌گذرد.

ب) $y = -x^2 + 4x - 1$ رأس سهمی $(2, 3)$

x	1	2	3
y	2	3	2

از ناصیه‌ی اول و سوم و چهارم می‌گذرد.

سوال ۳: $x^2 - x - 3 = 0$

الف) $\frac{\alpha + 2\beta}{\alpha - \beta} = \frac{\frac{1}{2}}{13} = \frac{1}{26}$

ب) $\alpha^2 + 2\beta^2 = S^2 - 2P = \frac{1}{4} + 6 = \frac{25}{4}$

ج) $\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS = \frac{1}{8} + \frac{9}{2} = \frac{37}{8}$

د) $\alpha^3 - \beta^3 = S^3 + 3PS = \frac{1}{8} - \frac{9}{2} = -\frac{35}{8}$

سوال ۴:

$y = (x-2)(x^2 - ax + a)$ (ضریب x^2 مثبت است)

x	2	4
y	0	$+$

$\Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4a < 0 \quad a(a-4) < 0 \quad (0, 4)$

سوال ۵:

$3x^2 - 12x - 9 = 0$

$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$ جایگذاری ① $\Rightarrow 2\alpha^2 + (4-\alpha)^2 - 4\alpha = 7$

② $\alpha + \beta = 4$ ③ $\alpha\beta = \frac{a}{3}$ $\quad 2\alpha^2 + a^2 + 16 - 8\alpha - 4\alpha = 7 \Rightarrow 3\alpha^2 + 9 - 12\alpha = 0$

① $\beta = 4 - \alpha$ $\quad \alpha^2 - 12\alpha + 27 = 0 \quad (\alpha - 9)(\alpha - 3) = 0 \Rightarrow 3(\alpha - 3)(\alpha - 1) = 0$

③ $3\alpha\beta = a \Rightarrow \boxed{a = 9}$

② $\Rightarrow$ $\alpha = 3$ $\quad \beta = 1$ $\quad$ یا $\quad \alpha = 1$ $\quad \beta = 3$

بزرگترین ریشه $= 3 \rightarrow \frac{9}{3} = \boxed{3}$ برابر

سوال ۶:

$A(2a+3, a-2)$ $\quad B(7-2a, a-2)$

رأس سهمی $= (b, b-2)$ $\quad y = k(x-b)^2 + (b-2) \Rightarrow a-2 = k(2a+3-b)^2 - b - 2$

(۳) $y = -\frac{1}{8}(x-5)^2 + 3$ $\quad$ (*) $a-2 = k(7-2a-b)^2 + b - 2$

(*) $k(2a+3-b)^2 = k(7-2a-b)^2$ $\quad$ چون در نقطه‌ها مماس‌ها نقیض‌اند $k \neq 0$

(۱) $2a+3-b = 7-2a-b \Rightarrow a=1$ $\quad$ (۲) $2a+3-b = 2b-7+b \Rightarrow b=a$

$\hookrightarrow a-2 = k(2a-2)^2 + 3$

در این حالت نقطه‌های A و B هم‌ارز نیستند ✗

در این حالت هم A و B برابرند ✓ $\Rightarrow a-2 = 4k(a-1)^2 + 3 \Rightarrow a-5 = 4k(a-1)^2$

$y \to a-2 \geq 1 \Rightarrow a \geq 3$ $\quad x: 7-2a \geq 1 \Rightarrow a \leq 3$, $2a+3 \geq 1 \Rightarrow a \geq -1$

$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow y = k(x-5)^2 + 3 \xrightarrow{A:(9,1)} 1 = 16k + 3 \Rightarrow k = -\frac{1}{8}$ (۳)

برخورد با محور xها $\Rightarrow 0 = -\frac{1}{8}(x-5)^2 + 3 \Rightarrow 3 = \frac{1}{8}(x-5)^2 \Rightarrow x = 5 \pm 2\sqrt{6} \Rightarrow (5+2\sqrt{6}, 0), (5-2\sqrt{6}, 0)$ فاصله

سوال ۷:

$ax^2 - ax - b = 0$, $40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17$

$S \Rightarrow$ (۱) $\Rightarrow \alpha + \beta = 1 \Rightarrow \beta = 1 - \alpha$ $\xrightarrow{\text{جایگذاری}}$ $40(1-\alpha)^2 + 20\alpha^2 - 20(1-\alpha) = 17$

$\hookrightarrow 40\alpha^2 - 40\alpha + 20 = 17 \Rightarrow 20\alpha^2 - 20\alpha + 1 = 0$

$\Rightarrow \alpha = \frac{5 \pm 2\sqrt{5}}{10} \Rightarrow \beta = 1 - \frac{5 \mp 2\sqrt{5}}{10} \Rightarrow \frac{5 \pm 2\sqrt{5}}{10} = \beta$

$|\beta - \alpha| = \left|\frac{5 + 2\sqrt{5}}{10} - \frac{5 - 2\sqrt{5}}{10}\right| = \left|\frac{4\sqrt{5}}{10}\right| = \boxed{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$ جواب

سوال ۸:

$(-5, \beta), (1, \beta)$ طول‌ها $\Rightarrow$ عرض رأس $= \frac{-5+1}{2} = -2$, عرض رأس $= -\frac{1}{2}$

$y = k(x+2)^2 - \frac{1}{2}$ $\xrightarrow{\text{برخورد با محور } x\text{ها}}$ $0 = k(\frac{3}{2}-2)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{9}{4}k \Rightarrow k = \frac{2}{9}$

$\Rightarrow$ عرض نقطه‌ی تلاقی با محور yها $= (1, \beta)$ $\quad \beta = \frac{2}{9} \times 9 - \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\beta = -\frac{13}{18}}$

سوال ۹:

$x^2 + 4x + a = 0$ $\quad \alpha < \beta < 0$, $3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 85$

$\alpha + \beta = -4 \Rightarrow \beta = -\alpha - 4$ $\xrightarrow{\text{جایگذاری}}$ $3\alpha^2 + 2(-\alpha-4)^2 = 12\sqrt{2} + 85$

$\Rightarrow 5\alpha^2 + 24\alpha - 13 = 12\sqrt{2}$ $\quad$ (۱) $\alpha^2 + \frac{24}{5}\alpha = (\alpha + \frac{12}{5})^2 - \frac{144}{25}$

$5(\underbrace{\alpha^2 + \frac{24}{5}\alpha}_{(1)}) - 13 = 12\sqrt{2}$ $\xrightarrow{(1)\text{جایگذاری}}$ $5(\alpha + \frac{12}{5})^2 - \frac{144}{5} - 13 = 12\sqrt{2}$

$5(\alpha + \frac{12}{5})^2 - \frac{209}{5} = 12\sqrt{2}$

$5(\alpha + \frac{12}{5})^2 = 12\sqrt{2} + \frac{209}{5}$ $\Rightarrow 12\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{5}$ $\Rightarrow 4\frac{\sqrt{2}}{25} \cdot 209 = (\alpha + \frac{12}{5})^2$

$a^2 + b^2 = 209$, $ab = 4$

$\Delta < 0$ $\Rightarrow \alpha + \frac{12}{5} = -\frac{11 + 3\sqrt{2}}{5} \Rightarrow \alpha = -\frac{23 + 3\sqrt{2}}{5} \Rightarrow \beta = -4 - \alpha$

$\hookrightarrow -4 + \frac{23 + 3\sqrt{2}}{5} \Rightarrow \frac{3\sqrt{2} - 7}{5}$

ادامه‌ی حل

ادامهٔ سوال ۹:

$$P = \alpha\beta = \frac{(۲۳ + ۳\sqrt{۲})(۷ - ۳\sqrt{۲})}{۵} = \frac{۱۶۱ - ۹۹\sqrt{۲} + ۲۱\sqrt{۲} - ۱۸}{۵} = \frac{۱۴۳ - ۷۸\sqrt{۲}}{۲۵} =$$

نازنین زهرا شفیعی

سوال ۱۰:

$$mx^۲ + ۳x + ۲ = ۰$$

$$۳۶x^۲ - (m + ۱۴)x + ۱ = ۰$$

$$\sqrt{\frac{۱}{\alpha}} + \sqrt{\frac{۱}{\beta}} = ۵ \Rightarrow \frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}} = ۲۵ \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{m + ۱۴}{۳۶} \quad , \alpha\beta = \frac{۱}{۳۶}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = m + ۱۴ + ۱۲ = ۵ \Rightarrow \boxed{m = -۱} \Rightarrow -x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \Rightarrow P = c/a = \boxed{-۲}$$