سیده آرا هاشمی

تکلیف شماره ی

کلاس دهم دخترانه A

---

①

الف) $y = ۳x^{۲} - ۲x$

$x(۳x - ۲) = ۰$ → ۰ ، $\frac{۲}{۳}$

$a > ۰ \to Min \cup$

$Min \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{۲a} = -\frac{-۲}{۶} = +\frac{۱}{۳} \\ -\frac{۱}{۳} \end{array} \right.$

از اول و دوم و چهارم می گذرد

$\boxed{\text{از ناحیه ی سوم نمی گذرد}}$

ب) $y = -x^{۲} + ۴x$

$x(-x + ۴) = ۰$ → ۰ ، ۴

$a < ۰ \to Max \cap$

$Max \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{۲a} = -\frac{۴}{-۲} = +۲ \\ ۴ \end{array} \right.$

از ناحیه ی اول و سوم و چهارم می گذرد

$\boxed{\text{از ناحیه ی دوم نمی گذرد}}$

---

②

الف) $y = ۲x^{۲} - ۵x + ۲$

$\Delta = ۲۵ - \underbrace{۴(۲)(۲)}_{۱۶} = \boxed{۹}$

$x = \frac{۵ \pm \overset{۳}{\sqrt{۹}}}{۴}$ → $x = ۲$ ، $x = \frac{۱}{۲}$

$Min \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{۲a} = -\frac{-۵}{۴} = \frac{۵}{۴} \\ -\frac{۹}{۸} \end{array} \right.$ ناحیه ی چهارم

$\boxed{\text{از ناحیه های اول و دوم و چهارم می گذرد}}$

از ناحیه ی سوم نمی گذرد

ب) $-x^{۲} + ۴x - ۱$

$\Delta = ۱۶ - \underbrace{۴(-۱)(-۱)}_{۴} = ۱۲$

$x = \frac{-۴ \pm \overset{۲\sqrt{۳}}{\sqrt{۱۲}}}{-۲}$ → $x = \boxed{+}۰/۲۷$ ← تقریبی ، $x = \boxed{+}۳/۷۲$ ← تقریبی

$Max \left| \begin{array}{l} -\frac{۴}{-۲} = ۲ \\ ۳ \end{array} \right.$ ناحیه ی اول

$\boxed{\text{از ناحیه ی اول و سوم و چهارم می گذرد}}$

از ناحیه ی دوم نمی گذرد

---

③

$x^{۲} - x - ۳ = ۰$

الف) $\frac{\alpha + B}{\alpha - B} \Rightarrow \alpha + B = -\frac{b}{a} = -\frac{-۱}{۱} = +۱ \quad \alpha - \beta = \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \to = \frac{\sqrt{۱۳}}{۱} \Rightarrow \frac{\alpha + B}{\alpha - B} = \frac{۱}{\sqrt{۱۳}} = \frac{\sqrt{۱۳}}{۱۳}$

ب) $\alpha^{۲} + B^{۲} = (\alpha + B)^{۲} - ۲\alpha\beta \to \underbrace{(۱)^{۲}}_{۱} - \underbrace{۲(-۳)}_{-۶} = ۷$

ج) $\alpha^{۳} + \beta^{۳} = (\alpha + B)^{۳} - ۳\alpha\beta(\alpha + \beta) = (۱)^{۳} - \underbrace{۳(-۳)\ (۱)}_{-۹} = ۱۰$

د) $\alpha^{۳} - \beta^{۳} = (\alpha - \beta)^{۳} + ۳\alpha\beta(\alpha - \beta) = \left(\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}\right)^{۳} + \underbrace{۳(-۳)}_{-۹}\left(\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}\right) = \frac{\sqrt{۱۳}}{۱۶۹} - \frac{۹\sqrt{۱۳}}{۱۳ \times ۱۳} = \frac{۱\sqrt{۱۳} - ۱۱۷\sqrt{۱۳}}{۱۶۹} = -\frac{۱۱۶\sqrt{۱۳}}{۱۶۹}$

$-\frac{۹}{\sqrt{۱۳}}$

محورها را در یک نقطه قطع کند → $y = ۰$

$x^{۲} - ax + ۴ \to \Delta < ۰ \to a^{۲} - ۴a < ۰ \Rightarrow a(a - ۴) < ۰$ → ۰ ، ۴

$۰ \quad ۴$

$+ \quad - \quad +$

$\boxed{۰ < a < ۴}$

(۵)

$۳x^۲-۱۲x-a=۰$ $\qquad$ $۲\alpha^۲+\beta^۲-۴\alpha=۷$

$\alpha+\beta=\frac{۱۲}{۳}=۴\Rightarrow\beta=۴-\alpha$ $\qquad$ $۲\alpha^۲+\overset{۱۶+\alpha^۲-۸\alpha}{(۴-\alpha)^۲}-۴\alpha=۷$

$\alpha\beta=\frac{-a}{۳}$ $\qquad$ $۳\alpha^۲-۱۲\alpha+۱۶=۷$

$\alpha\beta=۱\times۳=۳\rightarrow-\frac{a}{۳}=۳$ $\quad \boxed{-۹}$ $\qquad$ $۳\alpha^۲-۱۲\alpha+۹=۰$ $\quad \frac{۲۷}{۳،۹}$

$(\alpha-۳)(\alpha-۹)$ $\quad \frac{۳}{۳}=۱ \quad \frac{۹}{۳}=\boxed{۳}$

$\frac{a}{\text{ریشه‌ی بزرگتر}}=\frac{-۹}{۳}=\boxed{-۳}$

---

(۶)

$A(۲a+۴, \boxed{a-۲})$ $\qquad$ $S(b, b-۲)$ $\qquad$ $a-۲\geq۱\rightarrow a\geq۳$ $\qquad$ $A(۹,۱)$ $\qquad$ چون نسبت به $x=۵$ متقارن اند

$B(۷-۲a, \boxed{a-۲})$ $\qquad$ $\boxed{b=۵}$ $\qquad$ $۲a+۴\neq۷-۲a$ $\qquad$ $B(۱,۱)$ $\xrightarrow{\text{جایگذاری}}$ $y=k(x-۵)^۲+۳$

$x_{\text{رأس}}=\frac{۲a+۴+۷-۲a}{۲}=۵$ $\qquad$ $S(۵,۳)$ $\qquad$ $۴a\neq۴$ $\qquad$ $۱=۱۶k+۳$

با میانگین طول‌ها برابر است $\qquad$ $a\neq۱$ $\qquad$ پس $\boxed{a=۳}$ $\qquad$ $-۲=۱۶k$

$k=-\frac{۱}{۸}$

$y=-\frac{۱}{۸}(۰-۵)^۲+۳$ $\quad$ برخورد با محور عرض‌ها (y‌ها) $x=۰$ $\qquad$ $y=-\frac{۱}{۸}(x-۵)^۲+۳$

فاصله تا مبدأ $=\sqrt{۰^۲+(-\frac{۱}{۸})^۲}=\boxed{\frac{۱}{۸}}$ $\qquad$ $-\frac{۲۵}{۸}+\frac{۲۴}{۸}=\boxed{-\frac{۱}{۸}}$

---

(۷)

$ax^۲-ax-b=۰$ $\qquad$ $۴۰\beta^۲+۲۰\alpha^۲-۲۰\beta=۱۷$

$\alpha+\beta=-\frac{-a}{a}=+۱\rightarrow\beta=۱-\alpha$ $\qquad$ $۴۰\underbrace{(۱-\alpha)^۲}_{۱+\alpha^۲-۲\alpha}+۲۰\alpha^۲-\underbrace{۲۰(۱-\alpha)}_{۲۰-۲۰\alpha}=۱۷$ $\qquad$ $۶۰\alpha^۲-۶۰\alpha+۳=۰\rightarrow\alpha^۲-\alpha+\frac{۱}{۲۰}=۰$

$۴۰+۴۰\alpha^۲-۸۰\alpha$ $\quad -۶۰\alpha$ $\qquad$ $\Delta=۱-۴(۱)(\frac{۱}{۲۰})=\frac{۴}{۵}$

$۱-\frac{۱}{۵}=$

$|\alpha_۱-\alpha_۲|=\frac{\sqrt{\Delta}}{a}=\frac{\frac{۲}{\sqrt{۵}}}{۱}=\boxed{\frac{۲}{\sqrt{۵}}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$

---

(۸)

$(-۵, \beta)$, $(۱, \beta)$ $\qquad$ $y=a(x+۲)^۲-\frac{۱}{۲}$

$x_{\text{رأس}}=\frac{۱+(-۵)}{۲}=-۲$ $\quad$ [illegible] محور عرض‌ها را در $\frac{۳}{۲}$ قطع کند $x=۰$ $\Rightarrow\frac{۳}{۲}=a(۰+۲)^۲-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{۳}{۲}=۴a-\frac{۱}{۲}\Rightarrow۲=۴a$

رأس میانگین

$\boxed{a=\frac{۱}{۲}}$

$y=\frac{۱}{۲}(x+۲)^۲-\frac{۱}{۲}$ $\xrightarrow[\text{جایگذاری}]{x=۱}$ $\beta=\frac{۱}{۲}(۱+۲)^۲-\frac{۱}{۲}\rightarrow\boxed{\beta=\frac{۸}{۲}=۴}$

⑨

$x^۲+۶x+a=۰$

$\alpha+\beta=-۶$

$\alpha\beta=a$

$۳۶-۴a=۴(۹-a)$

$x=\frac{-۶\pm\sqrt{۳۶-۴a}}{۲}=\frac{-۶\pm ۲\sqrt{۹-a}}{۲}=-۳\pm\sqrt{۹-a} \Rightarrow \alpha=-۳-\sqrt{۹-a}$

$\beta=-۳+\sqrt{۹-a}$ ✓ $\alpha<\beta<۰$

$۳\alpha^۲+۲\beta^۲=۱۲\sqrt{۲}+۸۵$

$\alpha^۲+\beta^۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta$

$(-۶)^۲-۲a=۳۶-۲a$

$\Rightarrow \underbrace{۲\alpha^۲+۲\beta^۲}_{۲(\alpha^۲+\beta^۲)}+\alpha^۲=۲(۳۶-۲a)+\alpha^۲$

$۷۲-۴a+\alpha^۲=۱۲\sqrt{۲}+۸۵$

$\alpha^۲=(-۳-\sqrt{۹-a})^۲=\underbrace{۹+۹}_{۱۸}-a+۶\sqrt{۹-a}$

$۷۲-۴a+۱۸-a+۶\sqrt{۹-a}=۱۲\sqrt{۲}+۸۵$

$\underbrace{۵-۵\underset{۱}{a}}_{۰}+\overset{۱}{\cancel{۶}}\sqrt{۹-\underset{۱}{a}}=\overset{۲}{\cancel{۱۲}}\sqrt{۲}$ $\boxed{a=۱}$ ✓

$\rightarrow ۶\sqrt{۹-a}=\frac{۵a-۵+۱۲\sqrt{۲}}{۶}$ $\quad (\sqrt{۹-a})^۲=\left(\frac{۵a-۵}{۶}+۲\sqrt{۲}\right)^۲$

$۹-a=\frac{(۵a-۵)^۲}{۳۶}+۸+\frac{۲(۵a-۵)}{۳}\sqrt{۲}=$ ①

---

⑩

$۳۶x^۲-(m+۱۴)x+۱=۰$ مجموع جذر معکوس ریشه‌ها $\rightarrow \sqrt{\frac{۱}{\alpha}}+\sqrt{\frac{۱}{\beta}}=۵$

$\alpha+\beta=\frac{m+۱۴}{۳۶}$

$\alpha\beta=\frac{۱}{۳۶}$

$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}}=\frac{\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}}=۵ \rightarrow ۶(\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha})=۵$

$\sqrt{\frac{۱}{۳۶}}=\frac{۱}{۶}$ $\quad \sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}=\frac{۵}{۶}$

$(\overset{\frac{۵}{۶}}{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}})^۲=\alpha+\beta+۲\underset{\frac{۱}{۶}}{\sqrt{\alpha\beta}}$

$\frac{۲۵}{۳۶}=\frac{m+۱۴}{۳۶}+\frac{۱\times۱۲}{۳\times۱۲}\rightarrow\frac{۲۵}{\cancel{۳۶}}=\frac{m+۲۶}{\cancel{۳۶}}$ $\quad -۱$

$\Rightarrow mx^۲+۳x+۲=۰$

$m=-۱ \rightarrow -x^۲+۳x+۲=۰$

حاصل‌ضرب ریشه‌ها $=\frac{c}{a}\rightarrow\frac{۲}{-۱}=\boxed{-۲}$