آتنا شکرچی

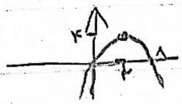
①

الف) $y=3x^2-2x$ $x=\frac{-b}{2a}=\frac{2}{6}$, $y=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-4}{12}$ عرض از مبدأ صفر

ناحیه سوم

ب) $y=-x^2+4x$ $x=\frac{-b}{2a}=2$, $y=4$ max دارد ← منفی ریشه‌ها صفر و ۴ هست

(ناحیه دوم

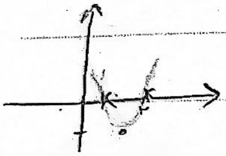


---

②

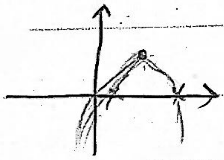
الف) $y=2x^2-5x+2$ $x=\frac{-b}{2a}=\frac{5}{4}$ و $y=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-9}{8}$

ریشه‌ها $=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{5\pm\sqrt{9}}{4}$ $<$ $\frac{8}{4}=2$ ، $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ → ناحیه ۱ و ۲ و ۴



ب) $y=-x^2+4x-1$ $x=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{2\times-1}=2$ و $y=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-\overset{16}{b^2}+4\overset{-1}{a}\overset{-1}{c}}{-4}=\frac{-12}{-4}=3$

ریشه‌ها $=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-4\pm\sqrt{12}}{-2}=$ $\frac{-4+2\sqrt{3}}{-2}=2-\sqrt{3}$ ، $\frac{-4-2\sqrt{3}}{-2}=2+\sqrt{3}$



→ ناحیه ۱ و ۳ و ۴

---

③

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=$ $(x^2-x-3=0)$ $\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=1$, $\alpha\beta=\frac{c}{a}=-3$

$\alpha-\beta=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{1+12}}{1}=\sqrt{13}$

↳ $\frac{1}{\sqrt{13}}\times\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=1-2\times-3=7$

ج) $=\alpha^3+\beta^3=S^3-3SP=1^3-3\times1\times-3=10$

د) $=\alpha^3-\beta^3=(\underbrace{\overset{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}}{\alpha-\beta}}_{\sqrt{13}})(\underbrace{\alpha^2+\beta^2}_{7}+\underbrace{\alpha\beta}_{-3})=4\sqrt{13}$

④ _

$y = (x-۲)\underbrace{(x^۲ - ax + a)}_{\text{ریشه حقیقی ندارد}} \rightarrow$ یکی از ریشه ها ۲

$\Delta < ۰ \qquad a^۲ - ۴a < ۰ \qquad a(a-۴) < ۰$

$+ \quad ۰ \quad - \quad ۴ \quad +$

مجموعه مقادیر a $\rightarrow (۰, ۴)$

---

⑤ _

$۳x^۲ - ۱۲x - a = ۰ \quad , \quad ۲\alpha^۲ + \beta^۲ - ۴\alpha = ۷$

$\beta^۲ + \alpha^۲ = S^۲ - ۲P = ۴^۲ - ۲(\frac{-a}{۳}) = ۱۶ + \frac{۲a}{۳} = \frac{۴۸+۲a}{۳}$

$\alpha^۲ = \frac{۱۲\alpha + a}{۳}$

$\hookrightarrow \alpha^۲ + \alpha^۲ + \beta^۲ - ۴\alpha - ۷ = ۰ \rightarrow \frac{۱۲\alpha + a}{۳} + \frac{۴۸+۲a}{۳} - ۴\alpha - ۷ = ۰$

$\hookrightarrow \cancel{۴\alpha} + ۱۶ + a - \cancel{۴\alpha} - ۷ \Rightarrow a = ۷ - ۱۶ = -۹$

ریشه ها $\rightarrow \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{۱۲ \pm \sqrt{۱۴۴ - ۱۰۸}}{۶} = \frac{۱۲+۶}{۶} = ۳$ بزرگ تر ، $\frac{۱۲-۶}{۶} = ۱$

نسبت $= \frac{a}{۳} = \frac{-۹}{۳} = \boxed{-۳}$

---

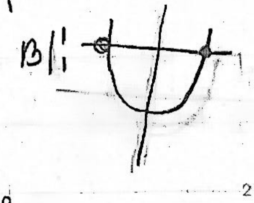
⑥ _

$A(۲a+۳, a-۲) \quad , \quad B(۷-۲a, \hat{a}-۲) \longrightarrow$ عرض های برابر دارند

رأس $S(\underset{۵}{b}, \underset{۳}{b-۲})$

ext $\left| x = \frac{\cancel{۲a}+۳+۷-\cancel{۲a}}{۲} = ۵ \right.$ محور تقارن

$S \left| \begin{matrix} ۵ \\ ۳ \end{matrix} \right.$



$y = a(x-۵)^۲ + ۳$

$۱ = ۱۶a + ۳$

$\boxed{a = \frac{-۱}{۸}}$

$y(۰) = \frac{-۱}{۸}(x-۵)^۲ + ۳$

$y(۰) = -\frac{۲۵}{۸} + ۳ = \frac{-۱}{۸} \longrightarrow$ چون فاصله می خواهد می شود $(\frac{۱}{۸})$

---

⑦ _

$۹x^۲ - ۹x - b = ۰ \quad , \quad ۴۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰\beta = ۱۷$

$\hookrightarrow \beta + \alpha = ۱ \; , \; \beta\alpha = \frac{-b}{۹}$ / $۴۰\beta^۲ + ۲۰\overbrace{(۱-\beta)^۲}^{۱-۲\beta+\beta^۲} - ۲۰\beta = ۱۷$

$۴۰\beta^۲ + ۲۰ - ۴۰\beta + ۲۰\beta^۲ - ۲۰\beta = ۱۷$

$۶۰\beta^۲ - ۶۰\beta + ۳ = ۰ \rightarrow ۲۰\beta^۲ - ۲۰\beta + ۱ = ۰$

$\beta = \frac{۲۰ \pm \sqrt{۴۰۰ - ۸۰}}{۴۰} \Rightarrow \frac{۲۰ \pm ۸\sqrt{۵}}{۴۰} \rightarrow \frac{۵ \pm ۲\sqrt{۵}}{۱۰}$

$|\alpha - \beta| = ۱ - ۲\beta = ۱ - \cancel{۲} \times (\frac{۵ \pm ۲\sqrt{۵}}{\cancel{۱۰}\,۵})$

$\hookrightarrow \left| \frac{\pm ۲\sqrt{۵}}{۵} \right| = \boxed{\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$

- ⑧

$$\frac{-۵+۱}{۲} = \frac{-b}{۲a} = -۲ \longrightarrow ۴a = b$$

$$\frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-b^۲ + \overset{b}{\cancel{۴a}}c}{b} = -b + \overset{\frac{۳}{۲}}{\cancel{c}} = \frac{-۱}{۲} \to -b = \frac{-۱}{۲} - \frac{۳}{۲} = -۲ \to b = ۲$$

$$\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + \frac{۳}{۲} \xrightarrow{x=۱} \frac{۱}{۲} + ۲ + \frac{۳}{۲} = \boxed{۴} = \beta$$

- ⑨

$$x^۲ + ۶x + a = ۰ \qquad a < \beta < ۰ \qquad \alpha + \beta = -۶$$

$$\alpha\beta = a$$

$$۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$$

$$x^۲ + ۶x + a = ۰ \begin{cases} \alpha = -۳ + \sqrt{۹-a} \to \alpha^۲ = ۱۸ - a - ۶\sqrt{۹-a} \\ \beta = -۳ - \sqrt{۹-a} \to \beta^۲ = ۱۸ - a + ۶\sqrt{۹-a} \end{cases}$$

$$۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = ۹۰ - ۵a - ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \longrightarrow ۵a + ۶\sqrt{۹-a} = ۵ + ۶\sqrt{۸}$$

$$\hookrightarrow \boxed{a = ۱}$$

- ⑩

$$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cancel{\alpha\beta}_{\frac{۱}{۳۶}}}} \qquad \alpha\beta = \frac{۱}{۳۶}$$

$$\alpha + \beta = \frac{m+۱۴}{۳۶}$$

$$\frac{\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}}{\frac{۱}{۶}} = ۶ \times (\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}) = \qquad (\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^۲ = \alpha + \beta + ۲\sqrt{\alpha\beta} =$$

$$\frac{m+۱۴}{۳۶} + \frac{۲\times}{۶\times} = \frac{m+۲۶}{۳۶}$$

$$\hookrightarrow ۶ \times \frac{\sqrt{m+۲۶}}{\cancel{۶}} = ۵ \qquad \hookrightarrow \frac{\sqrt{m+۲۶}}{۶} = \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$$

$$m + ۲۶ = ۲۵ \longrightarrow \boxed{m = -۱}$$

$\alpha_۲\beta_۲ \xrightarrow[\text{معادله}]{} mx^۲ + ۳x + ۲ = ۰$ حاصل ضرب ریشه‌هاش : $\frac{c}{a} = \frac{۲}{\underset{-۱}{m}} = \boxed{-۲}$