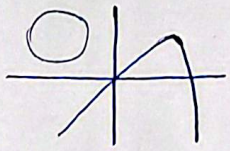
۱- از ناحیه دوم عبور نمی‌کند

ب) $y = -x^2 + 4x$ $\Rightarrow$ $c = 0$ $\rightarrow$ از مبدأ می‌گذرد

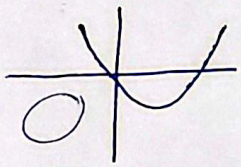


$S = \frac{-b}{a} > 0$

$a < 0$

الف) $y = x(3x-2)$ $\rightarrow$ از ناحیه سوم نمی‌گذرد

$\Rightarrow c = 0 \rightarrow$ از مبدأ می‌گذرد



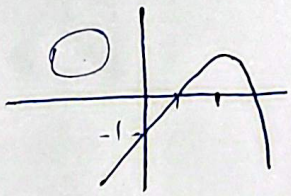
$S = \frac{-b}{a} > 0$

$a > 0$

۲-

ب) $y = -x^2 + 4x - 1 \Rightarrow$ ریشه $= 2 \pm \sqrt{3}$

از ناحیه اول و سوم می‌گذرد



$a < 0$

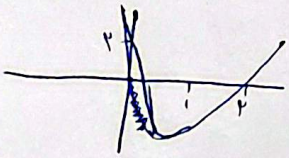
$S > 0$

$\frac{-b}{2a} > 0$

$\frac{-\Delta}{4a} < 0$

الف) $y = 2x^2 - 5x + 2$

$\Delta > 0 \quad a > 0$



$S = \frac{-b}{a} > 0$

$\frac{-b}{2a} > 0 \quad \frac{-\Delta}{4a} > 0$

ریشه $= \frac{1}{2} / 2$

از ناحیه ۱ و ۲ و ۴ می‌گذرد

۳-

$x^2 - x - 3 = 0$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}} = \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 1 - (-6) = 7$

ج) $\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP = 1 - 3(-3) = 10$

د) $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta) = (\sqrt{13})(7-3) = 4\sqrt{13}$

۴-

$y = (x-2)(x^2 - ax + a)$

$x = 2$

① $\Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4a < 0 \rightarrow (0,4)$

② ریشه $= 2$ $\Rightarrow 4 - 2a + a = 0 \rightarrow a = 4$

$\} \; ① \cup ② = (0,4]$

۵-

$3x^2 - 12x - a = 0$

$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$

$\alpha + \beta = 4 \rightarrow \beta = 4 - \alpha$

$2\alpha^2 + (4-\alpha)^2 - 4\alpha = 7 \Rightarrow 3\alpha^2 - 12\alpha + 9 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 3 = 0$

$(\alpha-1)(\alpha-3) = 0 \quad \alpha = 1, \; \alpha = 3$

$\alpha\beta = 3 \Rightarrow a = -9$

$\beta = 3 \Rightarrow \alpha = 1$

ریشه‌ها: ۱ و ۳

$= \frac{c}{a}$

در نتیجه مقدار a ۳۵- برابر ریشه بزرگتر (۳) است

Subject : Date:

۶- چون $y_A = y_B$ ← محور تقارن وسط xها

$$h = \frac{(2a+2)+(7-2a)}{2} = a$$

$a-3>0$ و $7-2a>0$ ← شرط تابعی

$a>3$ و $a<\frac{7}{2}$

اشتراک

$a=3$ ←

راس سهمی $= (a,3) \rightarrow b=a$

$A=(9,1) \Rightarrow y = p(x-a)^2+3$

$1 = p(9-a)^2+3 \Rightarrow 16p+3=1 \rightarrow p=-\frac{1}{8}$

$y_0 = p(0-a)^2+3 = -\frac{2a}{8}+\frac{24}{8} = \frac{1}{8}$ ← برخورد با محور yها $x=0$

فاصله با مبدا $\Rightarrow |y_0| = |\frac{1}{8}| = \frac{1}{8}$

۷- با توجه به معادله $\Leftarrow \alpha+\beta=1 \leftarrow \alpha=1-\beta$

$$40\beta^2+20(1-\beta)^2-20\beta=17$$

$$40\beta^2+20+20\beta^2-40\beta=17 \rightarrow 60\beta^2-60\beta+3=0 \rightarrow 20\beta^2-20\beta+1=0$$

$$\beta=\frac{5\pm2\sqrt{5}}{10} \Rightarrow \alpha=\frac{5\pm2\sqrt{5}}{10} \Rightarrow \alpha\beta=\frac{(5-2\sqrt{5})(5+2\sqrt{5})}{100}=\frac{1}{20}$$

اختلاف ریشه‌ها $= (\alpha-\beta)^2 = (\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta = 1-\frac{4}{20}=\frac{4}{5} \Rightarrow |\alpha-\beta| = \boxed{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$

۸- $x_{\text{محور تقارن}} = x_2 \rightarrow \frac{1-a}{2} = -2 \rightarrow x_1 = -4$

$y = a(x+2)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} = 4a - \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$x=0$, $y=\frac{3}{2}$

$x=1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(1+2)^2 - \frac{1}{2} = \frac{9-1}{2} = 4 = \beta$

پیروز باشید

$\rightarrow S = \frac{-b}{a}$

حل تمرین

۹- $\alpha+\beta = -۶$ ← بزرگ‌ترین ریشه α $\quad \alpha = \beta - ۶ = ۲\beta - ۶$

$۳\beta = \alpha - ۶ \rightarrow \beta = \frac{\alpha-۶}{۳} \rightarrow ۲\alpha = -۶ - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{-۶-\alpha}{۳}$

$\hookrightarrow ۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = ۳\frac{(\alpha+۶)^۲}{۹} + ۲\frac{(\alpha-۶)^۲}{۹} = \frac{۵\alpha^۲ + ۱۲\alpha + ۱۱۰}{۹}$

$\frac{۵}{۹}\alpha^۲ + \frac{۴}{۳}\alpha + \frac{۴۵}{۹} \rightarrow ۱۵ + ۱۲\sqrt{۲} = (\sqrt{۶} + ۲\sqrt{۲})^۲$

$۵\alpha^۲ + ۱۲\alpha - (۱۹۰ + ۲۴\sqrt{۲}) = ۰$

$۵(\alpha + \frac{۶}{۵})^۲ = ۱۹۰ + ۲۴\sqrt{۲} + \frac{۳۶}{۵} \Rightarrow (\alpha + \frac{۶}{۵})^۲ = \underbrace{\frac{۱۰۳۶}{۲۵} + \frac{۲۴}{۵}\sqrt{۲}}_{(۲\sqrt{۲} + \frac{۶}{۵})^۲}$

$\alpha = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow \alpha = \frac{-۶ - ۱۰\sqrt{۲}}{۵} = -(۳ + ۲\sqrt{۲})$

$\beta = -۳ + ۲\sqrt{۲} \quad \hookrightarrow a = \alpha\beta = \frac{c}{۱} = (-۳ - ۲\sqrt{۲})(-۳ + ۲\sqrt{۲}) = ۹ - ۸ = \boxed{۱}$

۱۰- $\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}} = ۵ \quad ، \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{۱}{۳۶} \rightarrow \frac{۱}{\sqrt{\alpha\beta}} = ۶$

$\hookrightarrow (\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}})^۲ - (\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta}) + ۱۲ = ۲۵ \Rightarrow \frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = ۱۳ = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$

$\frac{۱۳}{\frac{۱}{۳۶}} = \alpha + \beta \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{۱۳}{۳۶} = \frac{-b}{a} = \frac{m+۱۲}{۳۶} \Rightarrow m = -۱$

$mx^۲ + ۳mx + ۲ = ۰ \xrightarrow{m=-۱} -x^۲ - ۳x + ۲ = ۰ \Rightarrow \frac{c}{a} = P = \alpha\beta = \boxed{-۲}$