تکلیف ۲۵

Subject:

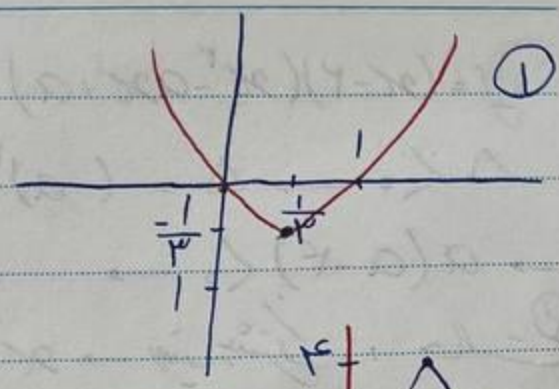
Year: Month: Date:

دهم دخترا — سادینا زارع

الف) $y = 3x^2 - 2x \to min$ | $\frac{-b}{2a} = \frac{1}{3}$ | $\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4}{12} = \frac{-1}{3}$

$\Delta = 4 - (4 \times 3 \times 0) = 4$

از ناحیه ۳ نمی‌گذرد.

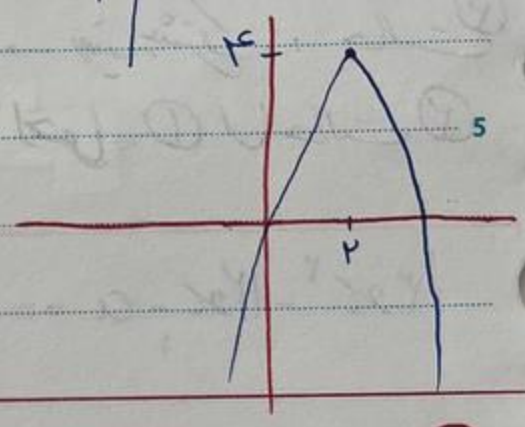


①

ب) $y = -x^2 + 4x \to max$ | $\frac{-4}{-2} = 2$ | $\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-16}{-4} = 4$

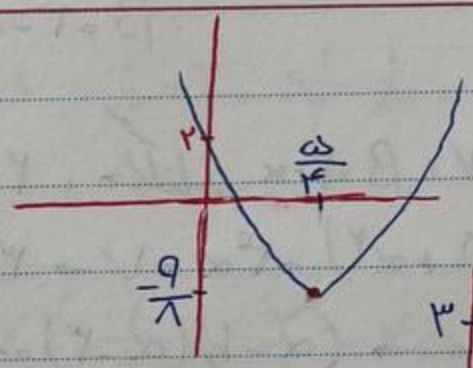
$\Delta = 16 - 0 = 16$

از ناحیه ۲ نمی‌گذرد.



الف) $y = 2x^2 - 5x + 2 \to min$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{-9}{8}$

$\Delta = 25 - 16 = 9$

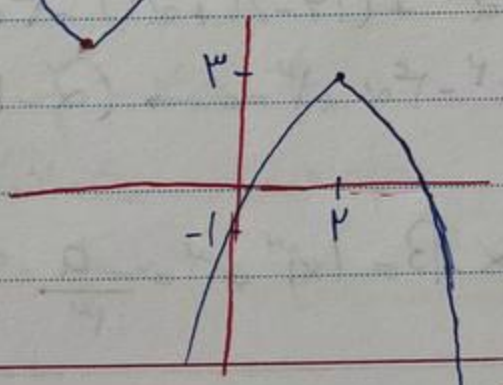


②

از نواحی ۱، ۲، ۴ می‌گذرد.

ب) $y = -x^2 + 4x - 1 \to max$ | $\frac{-4}{-2} = 2$ | $\frac{-12}{-4} = 3$

$\Delta = 16 - (4 \times -1 \times -1) = 12$



③

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ | $\Rightarrow x^2 - x - 3 = 0 \to \alpha.\beta = \frac{c}{a} = -3$

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 1$

$\alpha - \beta = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \to \Delta = 1 - (4 \times 1 \times -3) = 1 + 12 = 13 \to$

$\alpha - \beta = \frac{\sqrt{13}}{1}$

ب) $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - \underbrace{2\alpha\beta}_{2 \times -3 = -6} = 1^2 - (-6) = 7$

ج) $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta) = 1^3 - 3 \times -3 \times 1 = 1 - (-9) = 10$

د) $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha-\beta)\underbrace{(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)}_{7-3} = \sqrt{13} \times 4 = 4\sqrt{13}$

Subject :

Year : Month : Date :

④ قطع کردن در یک نقطه ← یک ریشه حقیقی مضاعف $y=(x-2)(x^2-ax+a)$

$\Delta<0 \rightarrow \Delta=(-a)^2-4(1)(a)=a^2-4a \rightarrow a^2-4a<0$

$\rightarrow a(a-4)<0 \rightarrow \quad 0<a<4 \rightarrow$ ① حالت

② حالت: ریشه مشترک $\rightarrow x=2 \Rightarrow 2^2-2a+a=0 \rightarrow a=4$

① حالت $\cup$ ② حالت $= 0<a\leq 4$

5

⑤ $3x^2-12x-a=0 \rightarrow \underbrace{\alpha+\beta=4}_{\beta=4-\alpha}$, $\alpha.\beta=\frac{-a}{3}$

$2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7$ در $\beta=4-\alpha$ جایگذاری : $2\alpha^2+(4-\alpha)^2-4\alpha=7$

$2\alpha^2+(16-8+\alpha^2)-4\alpha=7 \rightarrow 3\alpha^2-12\alpha+16=7 \rightarrow 3\alpha^2-12\alpha+9=0$ ③ سیم بر

$\alpha^2-4\alpha+3=0 \rightarrow (\alpha-1)(\alpha-3)=0 \longrightarrow \alpha=1$

$\hookrightarrow \alpha=3 \longrightarrow$ ریشه بزرگتر

$\alpha.\beta=1\times 3 \Rightarrow 3=\frac{-9}{3} \rightarrow a=-9$ $\Longrightarrow \underset{\text{ریشه بزرگتر}}{\frac{a}{}}=\frac{-9}{3}=-3$

15

⑥ $y=(x-b)^2+(b-2)$

A, B نسبت به محور تقارن متقارن اند : $b=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{(2a+3)+(7-2a)}{2}=\frac{10}{2}=5$

$S(5,3)$: راس سهمی

$y=(x-5)^2+3$ جایگذاری A $\rightarrow a-2=(2a+3-5)^2+3 \rightarrow a-2=(2a-2)^2+3$

$a-2=4(a-1)^2+3 \rightarrow a-5=4(a-1)^2 \rightarrow a-5=4(a^2-2a+1)$

20

$a-5=4a^2-8a+4 \rightarrow 4a^2-9a+9=0 \rightarrow \Delta=81-144=-63$

$(0,28) \rightarrow (0,28)$ تا $(0,0)$: فاصله از نقطه برخورد $d=\sqrt{0^2+28^2}=28$

Subject:

Year: Month: Date:

(۷) $۴۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰\beta = ۱۷ \rightarrow ۲۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ + ۲۰\beta^۲ - ۲۰\beta = ۱۷$

$ax^۲ - ax - b = ۰ \longrightarrow \alpha + \beta = ۱ \quad , \alpha.\beta = \frac{-b}{a}$

$۲۰\left[\underbrace{(\alpha+\beta)^۲}_{۱} - ۲\alpha\beta\right] + ۲۰(\beta^۲ - \beta) = ۱۷$

$\hookrightarrow ۲۰\left(۱ + \frac{۲b}{a}\right) + ۲۰\frac{b}{a} = ۱۷ \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{-۱}{۲۰}$

$(\alpha-\beta)^۲ = (\alpha+\beta)^۲ - ۴\alpha\beta = ۱ - \frac{۱}{۵} = \frac{۴}{۵}$

$\alpha - \beta = \boxed{\frac{۲}{\sqrt{۵}}}$

---

(۸) محور تقارن $x = \frac{۱+(-۵)}{۲} = -۲ \rightarrow$ راس سهمی : $(-۲, \frac{-۱}{۲})$

نمودار سهمی : $y = a(x+۲)^۲ - \frac{۱}{۲}$

$x=۰$: y محور $\rightarrow y = \frac{۳}{۲} \rightarrow \frac{۳}{۲} = a(۰+۲)^۲ - \frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{۳}{۲} = ۴a - \frac{۱}{۲}$

$\hookrightarrow ۲ = ۴a \rightarrow a = \frac{۱}{۲}$

جایگذاری یکی از نقاط : $x=۱ : y = \frac{۱}{۲}(۱+۲)^۲ - \frac{۱}{۲} \rightarrow y = \frac{۱}{۲} \times ۹ - \frac{۱}{۲} = \boxed{۴}$

---

(۹)

$\underbrace{۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲}_{\alpha^۲ + ۲\alpha^۲ + ۲\beta^۲} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\alpha^۲ + ۲\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = ۲(\alpha^۲ + \beta^۲) + \alpha^۲ \rightarrow \alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P = ۳۶ - ۲a$

$x^۲ + ۶x + a = ۰ \longrightarrow S = -۶ \quad , P = a$

$\alpha = \frac{-۶ - \sqrt{۳۶ - ۴a}}{} = \frac{-۶ - ۲\sqrt{۹-a}}{} = -۳ - \sqrt{۹-a} \rightarrow \beta = -۳ + \sqrt{۹-a}$

$\underbrace{۹ + (۹-a)}_{۱۸-a} + ۶^۲\sqrt{۹-a} + \underbrace{۲(۳۶ - ۲a^۲)}_{۷۲-۴a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \rightarrow ۹۰ - ۵a + ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\hookrightarrow \underbrace{۵ - ۵a}_{\text{صفر}} + \underbrace{۶\sqrt{۹-a}}_{\text{برابر}} = ۱۲\sqrt{۲} \Big\} \rightarrow ۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} \xrightarrow{\div ۶} \underbrace{\sqrt{۹-a}}_{\text{توان ۲}} = ۲\sqrt{۲}$

$\downarrow$

$\boxed{a=۱}$

$۹ - a = ۸ \rightarrow \boxed{a=۱}$

Subject :

Year : Month : Date :

(۱۰)

$$۳۶x^۲ - (m+۱۴)x + ۱ = ۰$$

$$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}} = ۵ \rightarrow \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = ۵ \rightarrow \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta} = ۵\sqrt{\alpha\beta}$$

$$S + ۲\sqrt{P} = ۲۵P \rightarrow S + ۲\sqrt{\frac{۱}{۳۶}} = \frac{۲۵}{۳۶} \rightarrow S = \frac{۲۵}{۳۶} - \frac{۱}{۳} = \frac{۱۳}{۳۶}$$

$$\frac{m+۱۴}{۳۶} = \frac{۱۳}{۳۶} \rightarrow m+۱۴ = ۱۳ \rightarrow \boxed{m = -۱}$$

$$mx^۲ + ۳x + ۲ \xRightarrow{m=-۱} -x^۲ + ۳x + ۲ \rightarrow P = \frac{۲}{-۱} = -۲$$