$۴ - ۱۲ = -۸$

۱ الف) $y = ۳x^۲ - ۲x \rightarrow a > ۰$

۸ $\Delta < ۰ \rightarrow$ همیشه بالا — ناحیه ③ و ④

۹ $۱۶ + ۴ = ۲۰$

ب) $y = -x^۲ + ۴x \rightarrow a < ۰$

۱۰ $\Delta > ۰ \rightarrow$ دو جواب و $\alpha + \beta > ۰ \Rightarrow$ ناحیه ②

۱۱ ج) $y = ۲x^۲ - ۵x + ۲ \rightarrow a > ۰ \Rightarrow$ ناحیه ①، ② — ②

۱۲ $\Delta = ۲۵ - ۱۶ = ۹ > ۰ \rightarrow$ دو جواب و $\frac{c}{a} > ۰ \Rightarrow$ هم‌علامت

۱۳ $\frac{-b}{a} > ۰ \rightarrow$ دو مثبت $\Rightarrow$ ناحیه ④

۱۴ د) $y = -x^۲ + ۴x - ۱ \rightarrow a < ۰ \Rightarrow$ ناحیه ④، ③

۱۵ $\Delta = ۱۶ - ۴ = ۱۲ > ۰ \rightarrow$ دو جواب، $\frac{c}{a} > ۰ \rightarrow$ هم‌علامت

$\frac{-b}{a} > ۰ \rightarrow$ دو مثبت $\Rightarrow$ ناحیه ①

۱۶

$x^2 - x - 12 = 0$ $\quad S=1$ $\quad P=-12$

(۴) $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{1+12}}{1} = \sqrt{13}$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^2+\beta^2 = S^2 - 2P = 1+9 = 7$

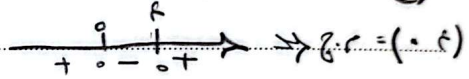
ج) $\alpha^3+\beta^3 = S^3 - 3SP = 1+9 = 10$

د) $\alpha^3-\beta^3 = (\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta) = (\alpha-\beta)(S^2 - 2P + P)$

$(\sqrt{13})(1+3) = 4\sqrt{13}$

---

(۱۱) $\Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4a < 0 \Rightarrow a(a-4) < 0$



$\Rightarrow a \in (0,4)$

$\Delta = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 = x^2 - ax + a \Rightarrow a = 4$

$a \in [0,4]$

---

(۹) $\alpha+\beta = 4$, $\alpha\beta = \frac{-a}{3} \Rightarrow \frac{4}{3} = 4$

$2\alpha^2+\beta^2 - 4\alpha = 7 \Rightarrow (\alpha^2+\beta^2) + \alpha^2 - 4\alpha = 7$

$S^2 - 2P \qquad 3(\alpha^2 - 4\alpha) = a$

$14 + \frac{2a}{3} + \frac{a}{3} = 7 \Rightarrow 14 + a = 7 \Rightarrow a = -9$

$\alpha\beta = 1 \cdot 3 \rightarrow \frac{-9}{3} = -3$

$V-۲a+۲a+۱^{۳}=\frac{۱۵}{۲}=۸=۵^{۰}/۵b$

$|b=a| \longrightarrow ext=(a,۲^{۳})$ (۶)

$\begin{cases} a-۲ \geq 1 \rightarrow a \geq ۲^{۳} \\ V-۲a \geq 1 \rightarrow a \leq ۲^{۳} \end{cases} \rightarrow a=۲^{۳}$

$A(۹,1)\ ,\ B(1,1)\ ,\ S(a,۲)\quad a<۰$

$y=a(x-h)^{۲}+k \longrightarrow a(x-a)^{۲}+۲$

$1=a(1-a)^{۲}+۲ \rightarrow ۱۹a+۲=۰ \rightarrow a=\frac{-1}{۸}$

$x=۰ \longrightarrow \frac{-1}{۸}\left(\frac{-a}{۲۵}\right)^{۲}+۲=۲-\frac{۲۵}{۸}=-\frac{1}{۸} \rightarrow c \neq \frac{-1}{۸}$

$\boxed{\frac{1}{۸}}=$ مطلوب

$S=1 \quad p=\frac{b}{a}$ (۷)

$S^{۲}-۲p=1-\frac{۲b}{a}$

$۶۰\beta^{۲}+۲۵\alpha^{۲}-۲۵\beta=۱۷ \rightarrow ۲۵(\beta^{۲}+\alpha^{۲})+۲۵\beta^{۲}-۲۵\beta=۱۷$

$۲۵\left(1-\frac{۲b}{a}+\underbrace{\beta^{۲}-\beta}_{\frac{b}{a}}\right)=۱۷ \qquad a(\beta^{۲}-\beta)=b$

$1-\frac{۲b}{a}+\frac{b}{a}=\frac{۱۷}{۲۵} \rightarrow \frac{۸}{۲۵}=\frac{b}{a}$

$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{a^{۲}-۴ab}}{|a|}=\frac{\sqrt{a^{۲}(1-\frac{۴b}{a})}}{|a|}=\frac{|a|\sqrt{1-۴b/a}}{|a|}$

$\sqrt{1-۴b/a}=\sqrt{1-۴\times\frac{۸}{۲۵}}=\sqrt{\frac{۲}{۵}}$

۸) $\frac{-a+1}{2} = \frac{-4}{2} = -2 = \frac{-b}{4a} \Rightarrow b = 8a$

$y = ax^2 + bx + 3/4$

$-\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 4a - 2b$

$-2 = b - 2b = -b \Rightarrow b = 2 \quad , a = \frac{1}{4}$

$y = \frac{1}{4}x^2 + 2x + \frac{3}{4} \xrightarrow{x=1} \frac{1}{4} + 2 + \frac{3}{4} = \boxed{4 = \beta}$

۹) $x^2 + 4x + a = 0 \quad \alpha = \frac{-4 + \sqrt{16 - 4a}}{2} = -2 - \sqrt{4 - a}$

$\beta = -2 + \sqrt{4 - a}$

$3\alpha^2 + 2\beta^2 = 3(18 - a + 4\sqrt{4-a}) + 2(18 - a - 4\sqrt{4-a})$

$90 - 5a + 4\sqrt{4-a} = 12\sqrt{2} + 8a$

$a - 5a + 4\sqrt{4-a} = 12\sqrt{2} \xrightarrow{a=1} 4\sqrt{3} = 4\sqrt{4 \times 2} = 12\sqrt{2}$ ✓

$\Rightarrow \boxed{a = 1}$

۱۰) $\alpha\beta = \frac{1}{3m}, \quad \alpha + \beta = \frac{m+4}{3m}, \quad \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 0$

$\frac{\sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\frac{1}{3m}}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{\alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}}{\frac{1}{3m}} = \frac{\frac{m+4}{3m} + 2\left(\frac{1}{3m}\right)}{\frac{1}{3m}}$

$m + 4 + 12 = 12m \Rightarrow \boxed{m = -1}$

$\Rightarrow -x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \frac{c}{a} = -2$