تکلیف ۲۰۶ ماندانا اسماعیل نژاد ۱۸/۵

۱

همواره منفی بودن ازرها $\begin{cases}\Delta<0 \to a^2-4(1)(b)<0 \to a^2-4b<0 \\ a<0\end{cases}$

$a+b=4+3=\boxed{7}$ جواب

همواره نامنفی بودن $\begin{cases} a>0 \end{cases}$, $\Delta\leq 0 \to a^2-4(1)(b)\leq 0 \to a^2-4b\leq 0$ نامنفی

$x\in(-\infty,1]\cup[3,+\infty)$

۱

$\begin{cases}1-a+b=0 \\ 9-3a+b=0\end{cases} \Rightarrow \begin{matrix}-1\times\ -a+b=-1 \\ -3a+b=-9\end{cases}$ $\to a-b=1$ جایگذاری a $\to \boxed{b=3}$

$-3a+b=-9$

$-2a=-8 \to \boxed{a=4}$

۲ ۰/۵ ۰/۵

$\underbrace{(x-3x)^2=0}_{\text{ریشه مضاعف میده}} \to -1-3x=0 \Rightarrow 3x=-1 \to \boxed{x=-\frac{1}{3}}$

$((k-2)x+m-1)=0 \Rightarrow (k-2)4=4 \Rightarrow \boxed{k=3}$ عدد طبیعی است

$\Rightarrow m-1=-4 \Rightarrow \boxed{m=-3}$

$\frac{m}{x}+k \Rightarrow \frac{-3}{-\frac{1}{3}}+3 \to 9+3=\boxed{12}$ جواب

ریشه عبارت: $(k-2)x+m-1$

$4k-8+m-1=0 \to 4k+m-9=0$

ضریب x در این عبارت با توجه به جدول باید منفی باشد

$k-2<0 \to k<2 \xrightarrow{\text{طبیعی}} k=1$

$k=1 \to m=5 \quad \frac{m}{x}+k=\frac{5}{-\frac{1}{3}}+1=-14$

۳ ۳

$-\frac{1}{2}x^2+2x+6\geq\frac{7}{2} \to -\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}\geq 0 \xrightarrow{x-2} x^2-4x-5\leq 0 \to (x+1)(x-5)\leq 0$

(۱-) (۵)

x	$-\infty$	-1		5	$+\infty$
y	$+$	۰	$-$	۰	$+$

$\to (a,b)=(-1,5) \to b-a \Rightarrow 5-(-1)=\boxed{6}$ جواب

۴

$x^3-3x^2-x+3 \xRightarrow{\text{جمع ضرایب صفر}}$

$$\begin{array}{l|l} x^3-3x^2-x+3 & x-1 \\ \hline -x^3+x^2 & x^2-2x-3 \\ -2x^2-x+3 & \\ 2x^2-2x & \\ -3x+3 & \\ 3x-3 & \\ 0 & \end{array}$$

$\Rightarrow (x+1)(x-3)(x-1)<0$

(۱-) (۳) (۱) پایین محور ها

x	$-\infty$	-1		1		3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	۰	$+$	۰	$-$	۰	$+$

$x>0$

$(a,b)\Rightarrow(1,3) \Rightarrow$ نقطه میانی بازه $=\boxed{2}$

$f(2)=8-12-2+3=\boxed{-3}$ جواب

۳

۵

جواب = تهی

$\Delta<0\ ,\ a<0 \Rightarrow a-1<0 \to \boxed{a<1}\ I$

۳

$(a-1)^2-4(a-1)(1)<0 \to (a-1)^2-4(a-1)<0 \to (a-1)(a-1-4)<0 \Rightarrow (a-1)(a-5)<0$

(۱) (۵)

x	$-\infty$	1		5	$+\infty$
y	$+$	۰	$-$	۰	$+$

$\Rightarrow \boxed{a\in(1,5)\ II} \xRightarrow{I\cap II} a\in\emptyset$

۶

$\frac{m(m^3+m)}{m-2}>0 \Rightarrow m-2>0 \to \boxed{m>2}\ I$, $m^2(m+1)\geq 0$

		-1		0	
	$-$	۰	$+$	۰	$+$

(II) $[-1,+\infty)$

۳

$\xRightarrow{I\cap II} 2<m \ :\ m\in(2,+\infty)$

۷

$$P(x)=\frac{(x^2-x-6)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3}\le 0$$

$(x-3)(x+2) \to 3,\ -2$ ، 1 ، 2

$\Delta<0$ ریشه حقیقی ندارد.

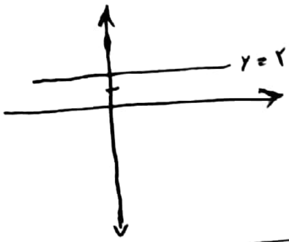
x		-2		1		2		3	
x^2-x-6	+	0	−		−		−	0	+
$(x-1)^2$	+		+	0	+		+		+
x^2+x+1	+		+		+		+		+
$(2-x)^3$	+		+		+	0	−		−
$P(x)$	+	0	−	0	−	∄	+	0	−

ج.م $=[-2,2)\cup[3,+\infty)$

۸

$$\frac{3x^2-2x}{x^2+4}<2 \Rightarrow \frac{3x^2-2x-2x^2-8}{x^2+4}<0 \Rightarrow$$

$f(x)=\dfrac{3x^2-2x}{x^2+4}$



$$\frac{x^2-2x-8}{x^2+4}<0 \Rightarrow x^2-2x-8<0 \Rightarrow (x+2)(x-4)<0$$

-2 ، 4

x^2+4 همواره مثبت

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	0	+	

$\to (a,b)=(-2,4) \Rightarrow b-a \Rightarrow 4-(-2)=\boxed{6}$ جواب

۹

$$\underbrace{-1<\frac{3x^2-4x}{x+1}}_{1}\ \underbrace{<0}_{2}$$

$1 \Rightarrow -1<\dfrac{3x^2-4x}{x+1} \Rightarrow \dfrac{3x^2-4x+x+1}{x+1}>0$

$P(x)=\dfrac{3x^2-3x+1}{x+1}>0$ ، $\Delta<0$ ریشه حقیقی ندارد ، -1

x		-1	
$3x^2-3x+1$	+		+
$x+1$	−	0	+
$P(x)$	−	∄	+

$\to$ ج.م $_{I}=(-1,+\infty)$

$2 \Rightarrow \dfrac{3x^2-4x}{x+1}<0 \Rightarrow P(A)=\dfrac{3x^2-4x}{x+1}<0$ ، -1

ریشه‌ها: $0,\ \frac{4}{3}$

x		-1		0		$\frac{4}{3}$	
$3x^2-4x$	+		+	0	−	0	+
$x+1$	−	0	+		+		+
$P(A)$	−	∄	+	0	−	0	+

ج.م $_{II}=(-\infty,-1)\cup(0,\frac{4}{3})$

$I\cap II \to \underbrace{(0,\frac{4}{3})}_{\text{جواب}}$

۱۰

$$\frac{x^2-10}{x}\le 3 \to \frac{x^2-10-3x}{x}\le 0$$

$(x-5)(x+2)$: 5 ، -2 ؛ مخرج: 0

		-2		0		5	
	−	0	+	∄	−	0	+

$x\in(-\infty,-2]\cup(0,5]$