(۱)

$a+b=۴+۳=۷$ جواب

برای اینکه همواره منفی باشد: $\begin{cases}\Delta<0 \rightarrow a^2-4(1)(b)<0 \rightarrow a^2-4b<0\\ a<0\end{cases}$

برای اینکه همواره نامنفی باشد: $\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0 \rightarrow a^2-4(1)(b)\le 0 \rightarrow a^2-4b\le 0\end{cases}$ نامنفی

$x\in(0,3]\cup[3,+\infty)$

$\begin{cases}1-a+b=0 \\ 9-3a+b=0\end{cases} \Rightarrow \begin{matrix}-1\times & -a+b=-1\\ & -3a+b=-9\end{matrix} \rightarrow -2a=-8 \rightarrow a=4$

a را در یکی از معادلات قرار می‌دهیم: $1-4+b=0 \rightarrow b=3$

---

(۲)

$(x-3n)^2=0 \rightarrow -1-3n=0 \Rightarrow 3n=-1 \Rightarrow n=-\frac{1}{3}$

ریشه مضاعف صفر

$((k-2)x+m-1)=0 \Rightarrow (k-2)\times 3=6 \Rightarrow k=4$ عددی طبیعی است

$\Rightarrow m-1=-6 \Rightarrow m=-5$

$\frac{m}{n}+k \Rightarrow \frac{-5}{-\frac{1}{3}}+4 \rightarrow 15+4=19$ جواب

---

(۳)

$-\frac{1}{2}x^2+2x+4>\frac{7}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}>0 \xrightarrow{\times -2} x^2-4x-5<0 \rightarrow (x-5)(x+1)<0$

ریشه‌ها: 5 (مضاعف)، -1 (مضاعف)

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$
y	$+$	0	$-$	0 $+$

$\rightarrow (a,b)=(-1,5) \rightarrow b-a \Rightarrow 5-(-1)=6$ جواب

---

(۴)

x^3-3x^2-x+3 مجموع ضرایب صفر

$\begin{array}{r|l} x^3-3x^2-x+3 & x-1\\ -x^3+x^2 & x^2-2x-3\\ \hline -2x^2-x+3 & \\ 2x^2-2x & \\ \hline -3x+3 & \\ 3x-3 & \\ \hline 0 & \end{array}$

$\Rightarrow (x-1)(x-3)(x+1)<0$

ریشه‌ها: 1 (۱)، 3 (۳)، -1 (۱)

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$ 0 $+$

$(a,b) \Rightarrow (1,3)$ نقطه‌های بازه

$f(2)=8-12+3-2=-3$ جواب

---

(۵)

جواب ۰ تهی

$\Delta<0, a<0 \Rightarrow a-1<0 \rightarrow a<1$ I

$(a-1)^2-4(a-1)(1)<0 \rightarrow (a-1)^2-4(a-1)<0 \rightarrow (a-1)(a-1-4)<0 \Rightarrow (a-1)(a-5)<0$

ریشه‌ها: 1 (۱)، 5 (۲)

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
y	$+$	0	$-$	0 $+$

$\Rightarrow a\in(1,5)$ II $\xrightarrow{I\cap II}$ $a\in\emptyset$

---

(۶)

$\frac{m(m^3+m)}{m-2}>0 \Rightarrow m-2>0 \rightarrow m>2$ I ، $m^2(m+1)>0$ (II)

	-1	0
	$-$	0 $+$ 0 $+$

$[-1,+\infty)$

$\xrightarrow{I\cap II}$ $2<m$: $m\in(2,+\infty)$

(۷)

$$P(x)=\frac{(x^2-x-4)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3}\le 0$$

(۱) $(x-1)^2$ — (۲) $(2-x)^3$ — (۳) $(x+2)(x-4)$ — (۴) x^2+x+1, $\Delta<0$ ریشه حقیقی ندارد

x	-2		1		2		4
x^2-x-4	+	0	−	−	−	0	+
$(x-1)^2$	+		+	0	+	+	+
x^2+x+1	+		+		+	+	+
$(2-x)^3$	+		+		+	0	−
$P(x)$	+	0	−	0	−	+ 0	−

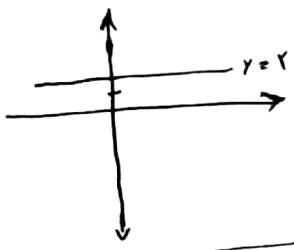
$$\text{جواب: } [-2,2)\cup[4,+\infty)$$

---

(۸)

$$\frac{3x^2-2x}{x^2+4}<2 \Rightarrow \frac{3x^2-2x-2x^2-8}{x^2+4}<0 \Rightarrow$$

$$f(x)=\frac{3x^2-2x}{x^2+4}$$



$$\frac{x^2-2x-8}{x^2+4}<0 \Rightarrow x^2-2x-8<0 \Rightarrow (x+2)(x-4)<0$$

(۱) x^2+4 همواره مثبت — (۲) $x+2$ — (۳) $x-4$

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f(x)$	+	0	−	0	+		

$$\Rightarrow (a,b)=(-2,4) \Rightarrow b-a \Rightarrow 4-(-2)=6$$

جواب

---

(۹)

$$-1<\frac{3x^2-4x}{x+1}<0 \quad \text{(۱)} \quad \text{(۲)}$$

$$-1<\frac{3x^2-4x}{x+1} \Rightarrow \frac{3x^2-4x+x+1}{x+1}>0$$

$$P(x)=\frac{3x^2-3x+1}{x+1}>0$$

$3x^2-3x+1$: $\Delta<0$ ریشه حقیقی ندارد — $x+1$: -1

x		-1	
$3x^2-3x+1$	+		+
$x+1$	−	0	+
$P(x)$	−	∄	+

$$\text{I}: x\in(-1,+\infty)$$

$$\frac{3x^2-4x}{x+1}<0 \Rightarrow P(A)=\frac{3x^2-4x}{x+1}<0$$

ریشه‌ها: $0, \frac{4}{3}$ — $x+1$: -1

x		-1		0		$\frac{4}{3}$	
$3x^2-4x$	+		+	0	−	0	+
$x+1$	−	0	+		+		+
$P(A)$	−	∄	+	0	−	0	+

$$\text{II}: x\in(-\infty,-1)\cup\left(0,\frac{4}{3}\right)$$

$$\text{I}\cap\text{II} \Rightarrow \underbrace{\left(0,\frac{4}{3}\right)}_{\text{جواب}}$$

---

(۱۰)

$$\frac{x^2-10}{x}\ge 4 \rightarrow \frac{x^2-10}{x}-4\ge 0$$

(۱) x: 0 — (۲) $x-5$: 5 — (۳) $x+2$: -2

$$\frac{x^2-10-4x}{x}\ge 0 \Rightarrow \frac{x^2-4x-10}{x}\ge 0$$

	-2		0		5	
	−	0	+	∄	−	0 +

$$x\in(-\infty,-2]\cup(0,5]$$